

ТЕХНОЛОГИИ И СРЕДСТВА МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

УДК 534.111:63

Д.Н. Пирожков

СВЕДЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВИБРООЖИЖЕННОГО СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА К СИСТЕМЕ ЛОРЕНЦА

Введение

Многие исследователи в своих работах проводят аналогию между подогреваемым снизу слоем жидкости и виброожиженным слоем сыпучего материала [1-7]. Кроме того, в исследованиях были сформулированы требования, предъявляемые к динамическим системам, которые могут демонстрировать сложное поведение [8]. Также было доказано, что если отнести указанные требования к виброожиженному слою сыпучего материала, то можно отметить, что данные требования полностью выполняются.

Используемые методы

Для упрощения уравнений Навье-Стокса, описывающих тепловую конвек-

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x - \frac{\partial V_x}{\partial y} V_y \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial V_y}{\partial x} V_x - \frac{\partial V_y}{\partial y} V_y + g \left(\frac{\rho}{\rho_c} + \frac{\rho_e}{\rho_c} - 1 \right) + \frac{6g\rho k f}{d_c \rho_c} (h-y) \times \\ &\times \text{sign}(V_y - a\omega \cos \omega t \exp(-\varepsilon y)) + \frac{3C_e \rho_e}{4d_c \rho_c} (U_{0y} \exp(-\delta y) \sin \omega t - V_y) [U_{0y} \exp(-\delta y) \sin \omega t - V_y] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

цию в подогреваемом снизу слое вязкой жидкости, можно использовать некоторую методику, основанную на принципах синергетики и приводящую к системе более простых дифференциальных уравнений. Такая методика была предложена американским физиком-метеорологом Эдвардом Лоренцом и впоследствии была названа системой Лоренца [9].

Теоретические исследования

Представим полученные ранее уравнения Навье-Стокса для сыпучего материала, подверженного вертикальным колебаниям (рис. 1) в сосуде прямоугольного профиля [10]:

где V_x, V_y – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости;

ρ – плотность виброожигенного материала;

P – давление;

ν – эффективная кинематическая вязкость;

g – ускорение свободного падения;

ρ_a – плотность воздуха;

ρ_c – плотность частиц, составляющих сыпучий материал;

k – коэффициент подвижности материала;

f – коэффициент внутреннего трения;

d_c – диаметр частицы;

a, ω – амплитуда и частота колебаний;

ε – коэффициент затухания колебаний в материале;

C_s – коэффициент сопротивления частицы при обтекании воздухом;

U_0 – скорость воздуха у вибродвижца;

δ – коэффициент затухания скорости воздушного потока.

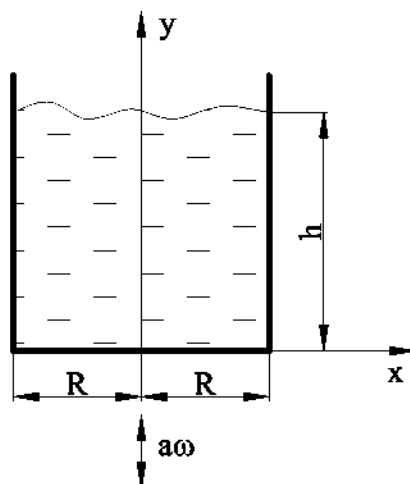


Рис. 1. Расположение координатных осей при решении плоской задачи

Используем указанную выше методику для сведения уравнений (1) к системе Лоренца.

К системе уравнений (1) добавим уравнение неразрывности

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

граничные условия

$$y=0, V_y = a\omega \cos \omega t$$

$$y=h, V_y = 0, p=p_0$$

$$x=\pm R, V_x = 0, V_y = 0 \quad (3)$$

и уравнения, описывающие изменение скорости воздушного потока и давления по высоте слоя виброожигенного слоя сыпучего материала. Скорости воздушного потока, генерируемого вибрирующим контейнером, в сечениях $y=0$ и $y=h$ считаем заданными, поэтому закономерности распределения этих скоростей внутри слоя материала записываем в форме уравнения переноса:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla(UV) = \gamma \nabla^2 U \quad (4)$$

где γ – некоторый коэффициент.

Примем, что скорость воздушного потока изменяется по высоте слоя по следующему закону:

$$U = U_0 + \Delta U - \frac{\Delta U}{h} y + \theta(x, y, t) \quad (5)$$

где $\theta(x, y, t)$ – отклонение скорости от линейного профиля;

ΔU – изменение скорости воздушного потока по высоте слоя.

Предположим, что плотность материала зависит от скорости воздушного потока, проходящего через материал, и изменяется по зависимости

$$\rho = \rho_0 (1 - \eta(U - U_0)) \quad (6)$$

где η – коэффициент расширения материала от скорости воздушного потока (аналог коэффициента теплового расширения).

Положим, что давление в слое материала изменяется по следующей зависимости:

$$p = p_0 - \rho_0 g (1 - \eta(U - U_0)) y + \tilde{p}(x, y, t) \quad (7)$$

где $\tilde{p}(x, y, t)$ – отклонение поля давлений от гидростатического давления.

Сведем все представленные уравнения в одну систему, которая и будет оценивать динамику виброожигенного слоя:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + (V\nabla)V &= -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 V + g\left(\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho_0}{\rho_0} - 1\right) + \frac{6g\rho_0 k f}{d_0 \rho_0} (h-y) + \frac{3C_0 \rho_0}{4d_0 \rho_0} (U-V)^2 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla(UV) &= \gamma\nabla^2 U \\ \nabla V &= 0 \\ U &= U_0 + \Delta U - \frac{\Delta U}{h} y + \theta(x, y, t) \\ \rho &= \rho_0 (1 - \eta(U - U_0)) \\ p &= p_0 - \rho_0 g (1 - \eta(U - U_0)) y + \tilde{p}(x, y, t) \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Представим первый член правой части первого уравнения системы (8) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho}\nabla p &= \frac{\nabla(p_0 - \rho_0 g (1 - \eta(U - U_0)) y + \tilde{p}(x, y, t))}{\rho_0 (1 - \eta(U - U_0))} = \frac{-\rho_0 g j + \rho_0 g \eta (U - U_0) j + \nabla \tilde{p}}{\rho_0 (1 - \eta(U - U_0))} \approx \\ &\approx -g j + g \eta (U - U_0) j + \frac{1}{\rho_0} \nabla \tilde{p}. \end{aligned} \quad (9)$$

При получении выражения (9) было использовано приближение Буссинеска, как это делается в гидродинамике. Это приближение состоит в том, что жидкость (в нашем случае виброожидженный зернистый материал) предполагается слабосжимаемой, и зависимость плотности от температуры (в нашем случае – от скорости воздушного потока) учитывается только в одном месте правой части уравнения для скорости (4), то есть выражение $(1 - \eta(U - U_0))$ в уравнении (9) принимается равным единице.

Перепишем векторные уравнения системы (8) в координатной форме с учетом (9):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial V_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial V_x}{\partial x} V_x - \frac{\partial V_x}{\partial y} V_y, \\ \frac{\partial V_y}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial V_y}{\partial x} V_x - \frac{\partial V_y}{\partial y} V_y + g \left(\frac{\rho}{\rho_0} + \frac{\rho_0}{\rho_0} \right) + \frac{6g\rho_0 k f}{d_0 \rho_0} (h-y) + \\ &+ \frac{3C_0 \rho_0}{4d_0 \rho_0} (U-V)^2 - \eta g \theta \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \gamma \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) - \frac{\theta V_x}{\partial x} - \frac{\theta V_y}{\partial y} + \frac{\Delta U}{h} V_y \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Продифференцируем первое уравнение по y , а второе по x :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 V_x}{\partial t \partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^3 V_x}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 V_x}{\partial y^3} \right) - \frac{\partial^2 V_x}{\partial x \partial y} V_x - \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} V_y, \\ \frac{\partial^2 V_y}{\partial t \partial x} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^3 V_y}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 V_y}{\partial x \partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} V_x - \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} V_y + \eta g \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \gamma \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) - \frac{\theta V_x}{\partial x} - \frac{\theta V_y}{\partial y} + \frac{\Delta U}{h} V_y \end{aligned} \right. \quad (11)$$

Для исключения поля давлений вычтем из первого уравнения системы (11) второе уравнение:

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial t \partial y} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial t \partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x \partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x \partial y} + \nu \left(\frac{\partial^3 V_x}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 V_x}{\partial y^3} \right) - \nu \left(\frac{\partial^3 V_y}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 V_y}{\partial x \partial y^2} \right) +$$

$$-\frac{\partial^2 V_x}{\partial x \partial y} V_x - \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} V_y + \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} V_x + \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} V_y - \eta g \frac{\partial \theta}{\partial x}. \quad (12)$$

После приведения подобных уравнение (12) примет вид:

$$\frac{\partial^2 V_x}{\partial t \partial y} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial t \partial x} = \nu \left(\frac{\partial^3 V_x}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 V_x}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 V_y}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 V_y}{\partial x \partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 V_x}{\partial x \partial y} V_x - \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} V_y +$$

$$+ \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} V_x + \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} V_y - \eta g \frac{\partial \theta}{\partial x}. \quad (13)$$

Далее будем работать с двумя уравнениями, уравнением (13) и последним уравнением системы (11):

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V_x}{\partial t \partial y} - \frac{\partial^2 V_y}{\partial t \partial x} = \nu \left(\frac{\partial^3 V_x}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3 V_x}{\partial y^3} - \frac{\partial^3 V_y}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 V_y}{\partial x \partial y^2} \right) - \frac{\partial^2 V_x}{\partial x \partial y} V_x - \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} V_y \\ + \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} V_x + \frac{\partial^2 V_y}{\partial x \partial y} V_y - \eta g \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} = \gamma \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) - \frac{\theta V_x}{\partial x} - \frac{\theta V_y}{\partial y} + \frac{\Delta U}{h} V_y \end{cases} \quad (14)$$

Представим искомые поля в виде разложения в ряды по базису тригонометрических функций вида:

$$\begin{aligned} & \sin \alpha x \sin n\beta y \quad \sin \alpha x \cos n\beta y \\ & \cos \alpha x \sin n\beta y \quad \cos \alpha x \cos n\beta y, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\beta = \frac{\pi}{h}$;

$$\alpha = \frac{\pi}{R} = \frac{\pi c}{h};$$

m и n – целые;

c – отношение высоты ячейки к ее ширине (рис. 2).

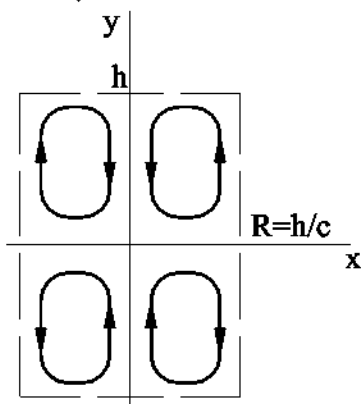


Рис. 2. К выбору структуры разложения решения в ряд по базисным функциям

На этом этапе необходимо четко представлять себе конфигурацию течения, что позволяет конкретизировать структуру разложения. Примем как известный из эксперимента факт наличие при определенных режимах вибрации контуров течения, похожих на ячейки Бенара в жидкости. Взяв одну ячейку, расположенную в области $0 \leq x \leq R$, $0 \leq y \leq h$, можно считать течение периодически продолженным (рис. 2). В таком течении скорость воздушного потока должна быть четной функцией x и нечетной функцией y , то есть

$$\theta(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} V_{mn}(t) \cos \alpha x \sin n\beta y. \quad (16)$$

Чтобы записать соотношение для компонент скорости по горизонтали и вертикали, необходимо заметить следующее.

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

Из условия непрерывности

следует, что V_x и V_y должны выражаться через производные от одной и той же функции $\psi(x, y, t)$, которая называется

функцией тока: $V_x = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$, $V_y = \frac{\partial \psi}{\partial x}$. Как следует из рисунка 2, компонента V_x должна быть нечетной по x и четной по y , а компонента V_y – наоборот, четной по x и нечетной по y . Эти условия будут выполнены, если функцию тока представить в виде:

$$\psi(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn}(t) \sin m\alpha x \sin n\beta y \quad (17)$$

Тогда для компонент скорости имеем:

$$V_x(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn}(t) n\beta \sin m\alpha x \cos n\beta y,$$

$$V_y(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} K_{mn}(t) m\alpha \cos m\alpha x \sin n\beta y. \quad (18)$$

Далее, подставив выражения (16) и (18) в уравнения системы (14) и используя соотношения ортогональности для базисных функций, получим бесконечную систему уравнений для коэффициентов V_{mn} и K_{mn} . Так как работать с бесконечной системой невозможно, то получившиеся при этом ряды необходимо каким-то образом обрезать без ущерба для точности преобразований. Модель Лоренца получается, если считать существенными члены K_{11} , V_{11} , V_{02} , их удобно обозначить, соответственно, через X , Y и Z . Итак, мы полагаем

$$V_x = -X\beta \sin \alpha x \cos \beta y,$$

$$V_y = X\alpha \cos \alpha x \sin \beta y,$$

$$\theta = Y \cos \alpha x \sin \beta y - Z \sin 2\beta y. \quad (19)$$

Подставим эти выражения в первое уравнение системы (14):

$$\frac{dX}{dt} \beta^2 \sin \alpha x \sin \beta y + \frac{dX}{dt} \alpha^2 \sin \alpha x \sin \beta y = v(-X\alpha^2 \beta^2 \sin \alpha x \sin \beta y - X\beta^4 \sin \alpha x \sin \beta y - X\alpha^4 \sin \alpha x \sin \beta y - X\alpha^2 \beta^2 \sin \alpha x \sin \beta y) + X^2 \alpha \beta^3 \sin \alpha x \cos \alpha x \sin \beta y \cos \beta y - X^2 \alpha \beta^3 \sin \alpha x \cos \alpha x \sin \beta y \cos \beta y + X^2 \alpha^3 \beta \sin \alpha x \cos \alpha x \sin \beta y \cos \beta y - X^2 \alpha^3 \beta \sin \alpha x \cos \alpha x \sin \beta y \cos \beta y + \eta g Y \alpha \sin \alpha x \sin \beta y. \quad (20)$$

В полученном выражении все возникающие комбинации синусов и косинусов приводим при помощи тригонометрических преобразований к суммам членов вида (15), а затем отбрасываем члены, отличные по структуре от единственной присутствующей в левой части комбинации вида $\sin \alpha x \sin \beta y$. Приравнявая коэффициенты в левой и правой части, получим:

$$\dot{X} = \frac{\eta g Y \alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)} - v X (\alpha^2 + \beta^2) \quad (21)$$

Со вторым уравнением (14) поступаем таким же образом:

$$\frac{dY}{dt} \cos \alpha x \sin \beta y - \frac{dZ}{dt} \sin 2\beta y = \gamma(-Y\alpha^2 \cos \alpha x \sin \beta y - Y\beta^2 \cos \alpha x \sin \beta y + 4Z\beta^2 \sin 2\beta y) + XY\alpha\beta \cos^2 \alpha x \sin \beta y \cos \beta y - XY\alpha\beta \sin^2 \alpha x \sin \beta y \cos \beta y - XZ\alpha\beta \cos \alpha x \cos \beta y \sin 2\beta y - 2XY\alpha\beta \cos^2 \alpha x \sin \beta y \cos \beta y + XZ\alpha\beta \cos \alpha x \cos \beta y \sin 2\beta y + 2XZ\alpha\beta \cos \alpha x \sin \beta y \cos 2\beta y + \frac{\Delta U}{h} X\alpha \cos \alpha x \sin \beta y. \quad (22)$$

В левой части выражения (22) присутствуют две пространственные моды – комбинации вида $\cos \alpha x \sin \beta y$ и $\sin 2\beta y$, поэтому приравнявая коэффициенты в левой и правой частях этого выражения, получим два уравнения:

$$\dot{Y} = \frac{\Delta U}{h} X\alpha - \gamma Y (\alpha^2 + \beta^2) + 2XZ\alpha\beta; \quad (23)$$

$$\dot{Z} = \frac{XY\alpha\beta}{2} - 4\gamma Z \beta^2. \quad (24)$$

Таким образом, нами была найдена система из трех обыкновенных дифференциальных уравнений для переменных X , Y и Z . Чтобы с ней было удобнее работать, имеет смысл привести ее уравнения к безразмерному виду, используя методы теории подобия. Подставим в уравнения (22)-(24) выражения вида:

$$X = Ax \quad Y = By \quad Z = Cz \quad t = D\tau, \quad (25)$$

где A, B, C, D – некоторые постоянные коэффициенты, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{Ax}{D\tau} = \frac{\eta g B y \alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)} - v Ax (\alpha^2 + \beta^2) \\ \frac{By}{D\tau} = \frac{\Delta U}{h} A x \alpha - \gamma By (\alpha^2 + \beta^2) + 2Ax Cz \alpha \beta \\ \frac{Cz}{D\tau} = \frac{Ax B y \alpha \beta}{2} - 4\gamma Cz \beta^2 \end{cases} \quad (26)$$

Несколько преобразуем данную систему, обозначив точкой производную по безразмерному времени τ :

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{BD}{A} \frac{\eta g \alpha y}{(\alpha^2 + \beta^2)} - v D x (\alpha^2 + \beta^2) \\ \dot{y} = \frac{\Delta U}{h} \frac{AD}{B} x \alpha - D \gamma y (\alpha^2 + \beta^2) + \frac{ACD}{B} \alpha \beta x z \\ \dot{z} = \frac{ABD}{2C} x y \alpha \beta - 4D \gamma z \beta^2 \end{cases} \quad (27)$$

Подберем коэффициенты A, B, C, D таким образом, чтобы вид уравнений максимально упростился. Положим,

$$D = \frac{1}{\gamma(\alpha^2 + \beta^2)}; \quad \frac{BD}{A} \frac{\eta g \alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)} = \frac{v}{\gamma}; \quad \frac{2ACD}{B} \alpha \beta = 1; \quad \frac{ABD}{2C} \alpha \beta = 1. \quad (28)$$

Сочетая выражения (28) друг с другом, производя необходимые преобразования и сокращения, получим:

$$A = \frac{\gamma(\alpha^2 + \beta^2)}{\alpha \beta}; \quad B = \frac{v \gamma (\alpha^2 + \beta^2)^3}{\eta g \alpha^2 \beta}; \quad C = \frac{v \gamma (\alpha^2 + \beta^2)^3}{2 \eta g \alpha^2 \beta}. \quad (29)$$

Введем некоторые безразмерные параметры:

$$\sigma = \frac{v}{\gamma}; \quad r = \frac{\Delta U \alpha^2 \eta g}{h v \gamma (\alpha^2 + \beta^2)^3}; \quad b = \frac{4\beta^2}{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{4}{1+c^2}. \quad (30)$$

Тогда уравнения (27) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = rx - y + xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (31)$$

Выводы

1. Система уравнений (31) является моделью Лоренца. Она представляет собой динамическую систему с трехмерным фазовым пространством. Мгновенное состояние системы определяется набором трех переменных (x, y, z) .

2. Физический смысл переменных, входящих в уравнения системы (31), сле-

дующий. Переменная x характеризует скорость вращения псевдожидкости в ячейке Бенара, переменная y характеризует изменение скорости воздушного потока по высоте слоя, переменная z характеризует отклонение вертикального профиля скорости воздушного потока от линейной зависимости. Абсолютную скорость движения материала можно полу-

чить, сочетая все три переменных одновременно.

3. Параметр σ есть отношение эффективной кинематической вязкости к коэффициенту γ , то есть ν/γ . Если провести аналогию с гидродинамикой, где знаменатель рассмотренного выражения является коэффициентом температуропроводности, то γ при виброоживлении сыпучего материала можно назвать «коэффициентом проводимости скорости воздушного потока» или, наоборот, «коэффициентом затухания скорости воздушного потока». Коэффициент γ влияет на интенсивность изменения скорости воздуха по высоте слоя материала.

4. Параметр σ в гидродинамике называют числом Прандтля, мы назовем его вибрационным аналогом числа Прандтля.

5. В гидродинамике существует такой критерий подобия, как число Рэлея, при определенных критических значениях которого в конвекционных потоках жидкости возникают ячейки Бенара. Число Рэлея записывается следующим образом:

$$R = \frac{g\chi L^3 \Delta T}{\nu\lambda}$$
, где λ – коэффициент температуропроводности. Критическое значение числа Рэлея определяется по формуле:

$$R_c = \frac{\pi^4 (1+c^2)^3}{c^2}$$
. Вибрационный аналог числа Рэлея будет выглядеть следующим образом:

$$R_B = \frac{\Delta U \eta g h^3}{\nu \gamma}$$
.

6. Параметр r , входящий во второе уравнение системы (31) и представленный в (30), есть не что иное, как отношение

$\frac{R_B}{R_c}$. То есть при значениях $r < 1$ в виброоживленном сыпучем материале не должно возникать циркуляционных потоков материала, подобных ячейкам Бенара в жидкости, а при значениях $r > 1$ такие ячейки должны появиться.

7. Параметр b , входящий в третье уравнение системы (31), определяется

размерами возникающих в материале ячеек.

Библиографический список

1. Блехман И.И. Вибрационное перемещение / И.И. Блехман, Г.Ю. Джанелидзе. М.: Наука, 1964.
2. Блехман И.И. Вибрационная механика / И.И. Блехман. М.: Физматлит, 1993.
3. Спиваковский А.О. Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства / А.О. Спиваковский, И.Ф. Гончаревич. М.: Машиностроение, 1972.
4. Федоренко И.Я. Анализ поведения сыпучей среды при вибрации на основе теории аттрактора Лоренца / И.Я. Федоренко // Известия Сибирского отделения АН СССР. Серия техн. наук, 1990. Вып. 3. С. 112-115.
5. Федоренко И.Я. Модели синергетики в технологиях перерабатывающих производств / И.Я. Федоренко // Вестник алтайской науки. Вып. 1. Проблемы агропромышленного комплекса. Барнаул: Изд-во Алт. ун-та, 2001. Т. 2. С. 119-125.
6. Федоренко И.Я. Самоорганизация и стохастичность в технологических машинах и аппаратах / И.Я. Федоренко // Техника в сельском хозяйстве. 1996. № 1. С. 24-27.
7. Членов В.А. Сушка сыпучих материалов в виброкипящем слое / В.А. Членов, Н.В. Михайлов. М.: Стройиздат, 1967.
8. Федоренко И.Я. Синергетические системы и поведение сыпучей среды под воздействием вибрации / И.Я. Федоренко, Д.Н. Пирожков // Тр. 2-й Междунар. науч.-техн. конф. Тобольск: Новосибир. гос. акад. водн. трансп., 2004. Ч. 2. С. 238-240.
9. Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. М.: Физматлит, 2006. 356 с.
10. Федоренко И.Я. Критерии подобия гидродинамических моделей виброкипящего слоя сыпучего материала / И.Я. Федоренко, Д.Н. Пирожков // Вестник АГАУ. 2005. № 1. С. 105-108.

