

ПЕРЕРАБОТКА ПРОДУКЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

УДК 667.026.22:621.3.029.6

Н.С. Даньшева,
И.В. Бадретдинова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДИФFUЗИИ ЩЕЛОЧИ ПРИ ВАРКЕ ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Ключевые слова: диффузия, коэффициент диффузии, коэффициент температуропроводности, волокно, щелочь, концентрация, граничные условия, начальные условия, время, масса, энергия активации, СВЧ-энергия.

Введение

Очищение льняного волокна в процессе щелочной варки от нецеллюлозных примесей происходит за счет диффузии щелочи (едкого натра) в волокно. В промышленности окончание процесса варки оценивается по содержанию щелочи в растворе после варки. Если концентрация щелочи уменьшилась на 45-50% – процесс варки считается завершенным [1].

Требование технологии СВЧ-обработки растительных продуктов предусматривает определенную температуру областей интенсивной обработки, выше которой в материалах (особенно неоднородных) могут происходить необратимые процессы, разрушающие капиллярно-пористый каркас. Для получения качественного ватного полуфабриката необходимо контролировать длительность варки льняного волокна с целью предупреждения деструкции целлюлозы.

Постановка задачи

Для определения содержания щелочи в растворе в процессе варки льняного волокна в поле СВЧ-энергии воспользуемся первым законом Фика, описывающий процесс диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где C – концентрация щелочи в растворе, г/л;

D – коэффициент диффузии щелочи;

τ – время, с.

Задаем граничные условия:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_{r=r_0} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_0} + \frac{Q_v}{c\rho}. \quad (2)$$

С некоторого момента τ процесс нагревания выходит на стационарный режим

$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} = 0 \right)$ с постоянной температурой T и

постоянным коэффициентом теплоотдачи

α . При квазистационарном режиме имеем

одномерную задачу. Тогда граничное условие (2) можно записать через полные

производные:

$$\left(\frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \right)_{r=r_0} + Q_v = 0. \quad (3)$$

Начальные условия:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = 0 \quad \text{при } x = 0;$$

$$C = C_0 \quad \text{при } \tau = 0;$$

$$C = C_\infty \quad \text{при } \tau = \infty.$$

Решение

Решение уравнения (1), при соблюдении граничных и начальных условий, получено методом разделения переменных [2] и имеет вид:

$$C = \frac{4C_0}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cdot e^{-\left(\frac{2n-1}{2h}\pi\right)^2 D\tau} \cdot \cos n \frac{2n-1}{2h} \pi x. \quad (4)$$

Допустим, что волокно в камере располагается равномерно во всем объеме. Тогда заменим в уравнении (4) для удобства расчетов высоту слоя волокна в растворе x на массу волокна m , воспользовавшись зависимостью (5):

$$x = \frac{m}{\pi \rho R^2}, \quad (5)$$

где m – масса обрабатываемого волокна, г;

ρ – плотность обрабатываемой среды, кг/м³;

R – радиус камеры обработки, м.

Подставив (5) в уравнение (4) получим зависимость концентрации раствора от времени обработки при фиксированной массе обрабатываемого волокна:

$$C = \frac{4C_0}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cdot e^{-\left(\frac{2n-1}{2h}\pi\right)^2 D\tau} \cdot \cos n \frac{2n-1}{2h} \cdot \frac{m}{\rho R^2}. \quad (6)$$

Коэффициент диффузии определяется из уравнения Аррениуса [3]:

$$D = D_0 \exp^{-\frac{E_a}{kT}}, \quad (7)$$

где D_0 – коэффициент диффузии при отсутствии действия внешних сил;

E_a – энергия активации диффузии;

T – температура кипения, К.

Для определения коэффициента диффузии D_0 решим задачу с использованием экспериментальных данных. Определим количество вещества G , продиффундировавшего через горизонтальное сечение раствора сосуда к моменту времени τ без нагревания среды. Допустим, что площадь этого сечения равна единице. Тогда количество щелочи, продиффундировавшей через это сечение за время $d\tau$, будет $-D_0 \frac{\partial C}{\partial x} d\tau$. Найдем $\frac{\partial C}{\partial x}$ из уравнения (3.4), взяв только первых два члена в ряде.

$$D_0 = -\frac{4h^2}{\pi^2 \tau} \ln \left(1 - \frac{\pi^2 G_1}{8C_0 h} \right). \quad (8)$$

Для определения энергии активации диффузии воспользуемся законом теплопроводности Фурье [4]:

$$\vec{q} = -n \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) = -n \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right) \frac{\partial H_V}{\partial n} = -a_V \text{grad} H_V, \quad (9)$$

где H_V – объемная концентрация энтальпии;

a_V – коэффициент температуропроводности при постоянном давлении.

Коэффициент пропорциональности a_V является коэффициентом диффузии внутренней энергии (энтальпии). Таким образом, для того чтобы определить энергию активации диффузии молекул щелочи, необходимо определить энтальпию процесса.

$$\left(\frac{\partial H_V}{\partial n} \right)_{V=V_0} = \frac{\lambda}{a}. \quad (10)$$

Коэффициент температуропроводности определим из граничного условия (3) при $r = r_0 = 0$ и $T = T_{\text{кип}}$.

На рисунке приведена кривая изменения концентрации щелочи в процессе варки в зависимости от времени обработки при постоянной массе волокна согласно уравнению (6).

В результате сравнения расчетных данных с экспериментальными по критерию Фишера-Снедекора теоретическая модель адекватна с надежностью 95%.

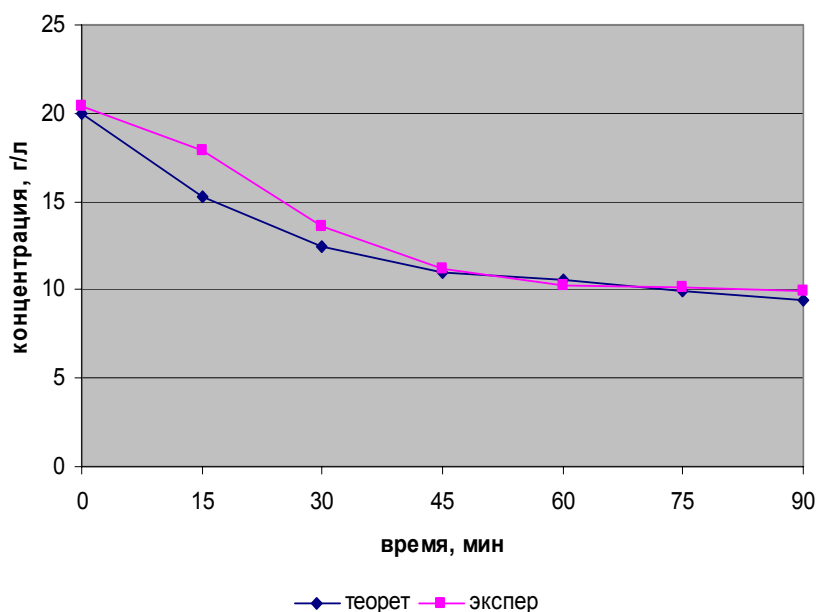


Рис. Кривая изменения концентрации щелочи в процессе варки волокна

Выводы

В результате математического описания процесса варки льняного волокна в электромагнитном поле сверхвысоких частот получено аналитическое решение, позволяющее:

- контролировать продолжительность варки при заданных условиях;
- строить кривые изменения концентрации щелочи в рабочем растворе в процессе варки волокна в электромагнитном поле сверхвысоких частот.

Библиографический список

1. Вайнштейн Г.А. Справочник по ватному производству / Г.А. Вайнштейн. – М.: Легкая индустрия, 1972. – 325 с.
2. Батунер Л.М. Математические методы в химической технике / Л.М. Батунер, М.Е. Позин. – Л.: Госхимиздат, 1963. – 640 с.
3. Бокштейн Б.С. Диффузия атомов и ионов в твердых телах / Б.С. Бокштейн, А.Б. Ярославцев. – М.: МИСИС, 2005. – 362 с.
4. Лыков А.В. Теплообмен: справочник / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1971 – 560 с.



УДК 631.632.3

**В.И. Подоляко,
Б.Т. Тарасов**

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОЗДУШНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ПРОБ ЗЕРНА

Ключевые слова: воздушный классификатор, скорость витания зерна, дискретный, непрерывный, метод, теорети-

ческий анализ, сепарирование, полота выделения, коэффициент, ускорение, скорость, дифференциальное уравнение.