

# ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ

УДК 631.171

С.А. Суворов, С.Ф. Сороченко  
S.A. Suvorov, S.F. Sorochenko

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПИТАТЕЛЬНОЙ ВЛАГОАККУМУЛИРУЮЩЕЙ КОМПОЗИЦИИ В ЛЕНТОЧНО-ВИНТОВОМ СМЕСИТЕЛЕ

### MATHEMATICAL MODEL OF NUTRITIVE MOISTURE-ACCUMULATING COMPOSITION MOVEMENT IN A RIBBON-SCREW MIXER

**Ключевые слова:** математическая модель, органоминеральный наполнитель, питательная влагоаккумулирующая композиция, смеситель, процесс смешивания, ленточно-винтовая мешалка.

Предложены способ и комбинированный посевной агрегат для повышения продуктивности высокогорных пастбищ. Способ включает внесение питательной влагоаккумулирующей композиции (ПВК) в почву с посевом семян (овса) под зеленый корм. Смеситель является частью комбинированного посевного агрегата и предназначен для смешивания компонентов ПВК. Композиция состоит из органоминерального наполнителя, воды и жидкого гуминового удобрения. Цель работы – выявление закономерностей движения частицы органоминерального наполнителя в ленточно-винтовом смесителе. В основу математической модели движения частицы органоминерального наполнителя в смесителе положена математическая модель А.М. Григорьева. На частицу, перемещаемую спиралью в жидкости, кроме сил тяжести, нормальной реакции со стороны спирали и корпуса смесителя, сил трения о спираль и корпус, сил Кориолиса и сил инерции также действуют сила Архимеда и сила гидравлического сопротивления жидкости. Получена система дифференциальных уравнений, описывающая перемещение частицы в ленточно-винтовом смесителе. Решение системы дифференциальных уравнений выполнено в программе Mathcad численным методом при установленном режиме. Решение позволило определить усредненную абсолютную скорость

перемещения частицы в зависимости от её положения в смесителе.

**Keywords:** mathematical model, organic-mineral filler, nutritive moisture-accumulating composition, mixer, mixing process, ribbon-screw mixer.

To improve the productivity of high-mountain pastures, a method and combined seeding machine is proposed. The method comprises seeding of crop (oats) for green forage with simultaneous application of nutritive moisture-accumulating composition (NMAC). The mixer is a part of the combined seeding machine and is intended for mixing NMAC components. The composition consists of organic-mineral filler, water and liquid humic fertilizer. The research goal is to identify the patterns of organic-mineral filler particle movement in the ribbon-screw mixer. The mathematical model of organic-mineral filler particle movement in the mixer was based on the mathematical model developed by A.M. Grigoryev. A particle moved by a screw in a liquid is affected by the following: gravity force, a normal response from the screw and mixer body, forces of friction on the screw and mixer body, Coriolis forces and inertial forces as well as Archimede's buoyant force and the liquid resistance force. A system of differential equations was obtained that described particle movement in a ribbon-screw mixer. The system of differential equations was solved in the Mathcad software by a numerical method under set conditions. The solution enabled to determine the average absolute movement rate of a particle depending on its position in the mixer.

**Суворов Сергей Александрович**, ассист., каф. «Наземные транспортно-технологические системы», Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова. Тел.: (3852) 29-09-42. E-mail: jet.barnaul@mail.ru.

**Сороченко Сергей Фёдорович**, к.т.н., доцент, проф. каф. «Наземные транспортно-технологические системы», Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова. Тел.: (3852) 29-09-42. E-mail: sorochenkosf@list.ru.

**Suvorov Sergey Aleksandrovich**, Asst., Chair of Surface Transportation Technological Systems, Altai State Technical University named after I.I. Polzunov. Ph.: (3852) 29-09-42. E-mail: jet.barnaul@mail.ru.

**Sorochenko Sergey Fedorovich**, Cand. Tech. Sci., Assoc. Prof., Prof., Chair of Surface Transportation Technological Systems, Altai State Technical University named after I.I. Polzunov. Ph.: (3852) 29-09-42. E-mail: sorochenkosf@list.ru.

**Введение**

Предложены способ [1] и комбинированный посевной агрегат [2] для повышения продуктивности высокогорных пастбищ. Способ включает внесение питательной влагоаккумулирующей композиции (ПВК) в почву с посевом семян (овса) под зеленый корм [3-6]. Смеситель является частью комбинированного посевного агрегата и предназначен для смешивания компонентов ПВК, включает в себя корпус цилиндрической формы, внутри которого установлена ленточно-винтовая мешалка. Мешалка состоит из двухзаходной наружной ленты с правой и левой навивками, а внутренняя лента выполнена однозаходной с правой и левой навивками. Предлагаемая конструкция смесителя обеспечивает качественное смешивание компонентов ПВК за счет циркуляции потоков [7]. Для определения параметров смесителя и потребляемой мощности необходимо выполнить исследование движения органоминерального наполнителя.

**Целью** работы является выявление закономерностей движения органоминерального наполнителя в ленточно-винтовом смесителе.

**Математическое моделирование**

Рассмотрим перемещение частицы органоминерального наполнителя в ленточно-винтовом смесителе при смешивании органоминерального наполнителя с раствором жидкого гуминового удобрения и воды. Ось мешалки расположена горизонтально. На частицу кроме силы тяжести  $G$ , нормальных реакций спирали  $N_1$  и корпуса смесителя  $N_2$ , сил трения о спираль  $F_1=f_1 \cdot N_1$  (где  $f_1$  – гидравлический коэффициент трения материала о спираль мешалки) и корпус

$F_2=f_2 \cdot N_2$  (где  $f_2$  – гидравлический коэффициент трения материала о корпус смесителя), сил Кориолиса и сил инерции действуют сила Архимеда  $F_A$  и гидродинамическая сила сопротивления жидкости  $F_r$ .

Сила Архимеда равна [8]:

$$F_A = \rho \cdot g \cdot V_{\text{ч}}, \quad (1)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  
 $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;

$V_{\text{ч}}$  – объем вытесненной частицы, м<sup>3</sup>.

Гидродинамическая сила  $F_r$  [8]:

$$F_r = \xi \cdot S_{\text{мд}} \cdot \frac{\rho \cdot v_a^2}{2}, \quad (2)$$

где  $\xi$  – коэффициент гидродинамического сопротивления;

$S_{\text{мд}} = \pi R_{\text{ч}}^2$  – миделево сечение частицы, м<sup>2</sup>;

$v_a$  – абсолютная скорость частицы, м/с.

Для определения коэффициента гидродинамического сопротивления при турбулентном режиме при Re от 10<sup>5</sup> до 10<sup>6</sup> применяют формулу Никурадзе [9]:

$$\xi = 0,0032 + \frac{0,221}{Re^{0,2375}}. \quad (3)$$

Предположим, что частица органоминерального наполнителя имеет сферическую форму, тогда масса частицы равна

$$m = V_{\text{ч}} \cdot \rho_{\text{ч}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_{\text{ч}}^3 \cdot \rho_{\text{ч}}, \quad (4)$$

где  $\rho_{\text{ч}}$  – плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>.

В соответствии с рекомендацией А.М. Григорьева [10] введем результирующую силу  $R_1$  между нормальной реакцией от винтовой поверхности  $N_1$  и силы трения частицы о винтовую поверхность  $F_1$  (рис. 1а).

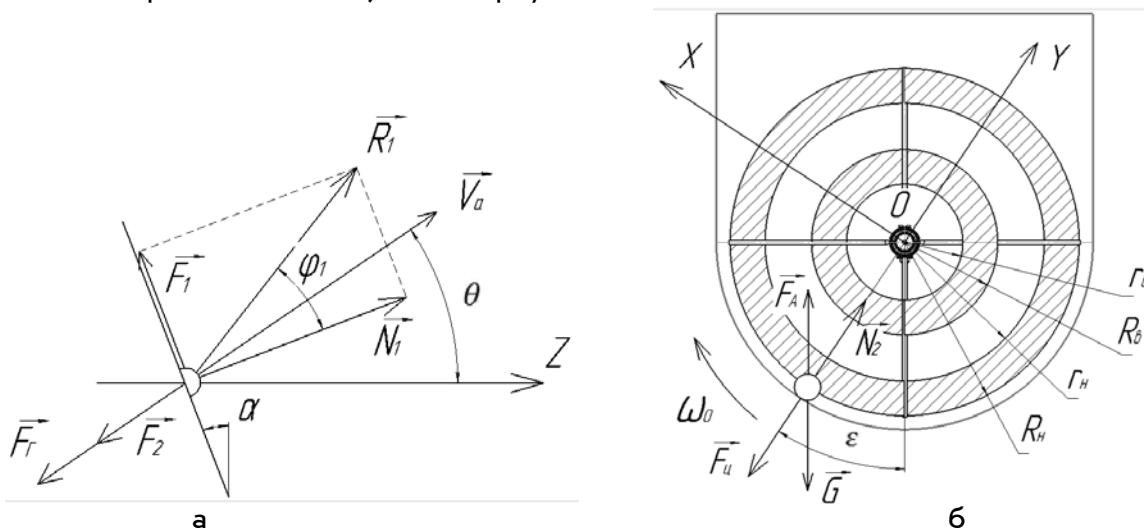


Рис. 1. Схема сил, действующих на частицу, перемещаемую наружной спиралью

Вместо центробежных сил переносного, относительного движений и силы Кориолиса введем центробежную силу  $F_u$  абсолютного движения частицы [10]:

$$F_u = m \cdot R_{\text{н}} \cdot \omega_{\alpha}^2, \quad (5)$$

где  $R_{\text{н}}$  – наружный радиус наружной спирали, м;

$\omega_{\alpha}$  – угловая скорость абсолютного движения частицы, рад/с.

Угловая скорость абсолютного вращательного движения частицы  $\omega_{\alpha}$  и абсолютная скорость частицы  $v_{\alpha}$  определяются выражениями [10]:

$$v_{\alpha} = \frac{\omega_0 \cdot r \cdot \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta)}, \quad (6)$$

$$\omega_{\alpha} = \frac{\omega_0 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \theta}{\cos(\alpha - \theta)}, \quad (7)$$

где  $\omega_0$  – угловая скорость вращения мешалки, рад/с.

Силы, действующие на частицу в ленточно-винтовом смесителе, перемещаемую наружной спиралью, представлены на рисунке 1. Ось Z направлена вдоль оси мешалки, а поперечное сечение смесителя находится в координатах XOY.

Система дифференциальных уравнений движения частицы с учетом всех сил и допущений имеет следующий вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -G \cdot \sin \varepsilon - F_2 \cdot \sin \theta + F_A \cdot \sin \varepsilon + R_1 \cdot \sin(\alpha + \varphi_1) - F_T \cdot \sin \theta \\ m\ddot{y} = N_2 - G \cdot \cos \varepsilon + F_A \cdot \cos \varepsilon - F_u \\ m\ddot{z} = -F_2 \cdot \cos \theta + R_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi_1) - F_T \cdot \cos \theta, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\varepsilon$  – угол, определяющий положение частицы относительно вертикальной плоскости, проходящей через ось мешалки;

$\theta$  – угол, определяющий направление движения частицы относительно оси мешалки;

$\alpha$  – угол подъема винтовой поверхности мешалки;

$\varphi_1$  – гидравлический угол трения частицы о винтовую поверхность мешалки.

Решив систему дифференциальных уравнений (8) при установившемся режиме ( $\ddot{x} = 0, \ddot{y} = 0, \ddot{z} = 0$ ), после преобразований получено выражение, определяющее значение угла  $\theta$  при различном положении частицы в ленточно-винтовом смесителе в зависимости от угла  $\varepsilon$ :

$$\theta = \alpha + \varphi_1 - \arcsin \left( \cos(\alpha + \varphi_1) \times \frac{m \cdot g \cdot \sin \varepsilon - \rho \cdot g \cdot V_1 \cdot \sin \varepsilon}{f_2 \cdot (m \cdot g \cdot \cos \varepsilon - \rho \cdot g \cdot V_1 \cdot \cos \varepsilon + m \cdot r \cdot \omega_{\alpha}^2) + \xi \cdot \pi \cdot R_{\text{н}}^2 \cdot \frac{\rho \cdot v_{\alpha}^2}{2}} \right). \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда частица перемещается внутренней спиралью, при этом не касается корпуса смесителя. Схема сил представлена на рисунке 2.

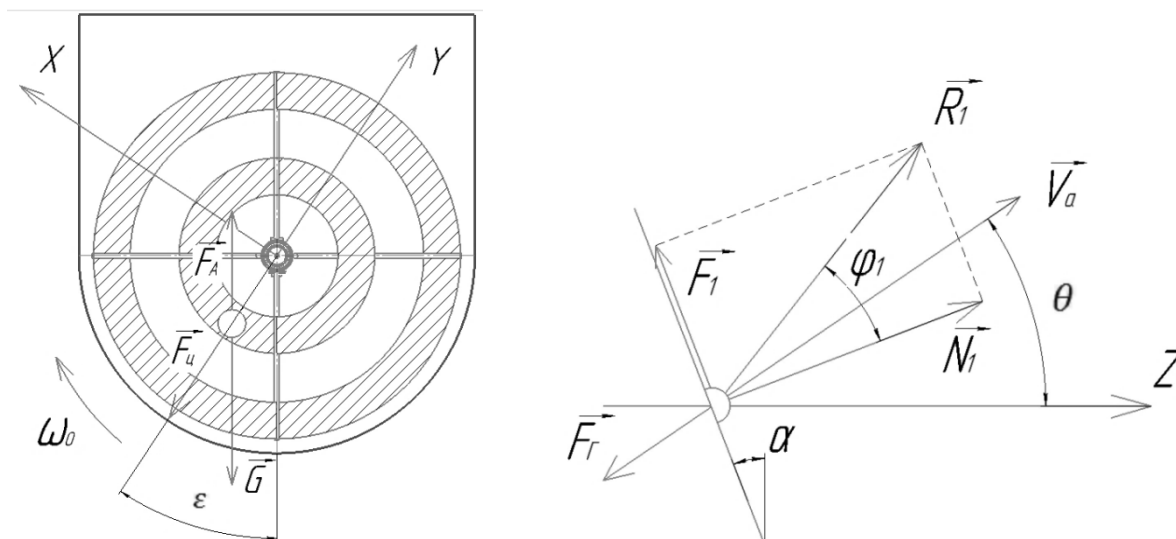


Рис. 2. Схема сил, действующих на частицу, перемещаемую внутренней спиралью

Система дифференциальных уравнений движения частицы, перемещаемой внутренней спиралью без касания о корпус смесителя, с учетом всех сил примет вид:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -G \cdot \sin \varepsilon + F_A \cdot \sin \varepsilon + R_1 \cdot \sin(\alpha + \varphi_1) - F_f \cdot \sin \theta \\ m\ddot{y} = -G \cdot \cos \varepsilon + F_A \cdot \cos \varepsilon - F_{\text{Ц}} \\ m\ddot{z} = R_1 \cdot \cos(\alpha + \varphi_1) - F_f \cdot \cos \theta. \end{cases} \quad (10)$$

Для рассматриваемого случая при установившемся движении угол  $\theta$  определен по формуле:

$$\theta = \alpha + \varphi_1 - \arcsin \left( \cos(\alpha + \varphi_1) \cdot \frac{m \cdot g \cdot \sin \varepsilon - \rho \cdot g \cdot V_{\text{ч}} \cdot \sin \varepsilon}{\xi \cdot \pi \cdot R_1^2 \cdot \frac{\rho \cdot v_{\text{а}}^2}{2}} \right). \quad (11)$$

Выражения (9) и (11) позволяют исследовать движение частицы органоминерального наполнителя в смесителе при взаимодействии с наружной и внутренней спиральями.

### Полученные результаты, их анализ и обсуждения

Расчеты проведены в программе Mathcad V15 при следующих параметрах: диаметр наружной спирали  $D_H=0,7$  м; шаг наружной спирали  $S_H=0,7$  м; диаметр внутренней спирали  $D_B=0,4$  м; шаг внутренней спирали  $S_B=0,4$  м; гидравлический коэффициент трения частицы о спираль  $f_1=0,3$ ; гидравлический коэффициент трения частицы о корпус смесителя  $f_2=0,3$ ; коэффициент гидродинамического сопротивления  $\xi=0,47$ ; эквивалентный диаметр частицы  $d_{\text{ч}} = 0,009$  м; плотность жидкости  $\rho=1000$  кг/м<sup>3</sup>; плотность частицы  $\rho_{\text{ч}} = 1140$  кг/м<sup>3</sup>. Получены графики зависимостей  $\theta = f(\varepsilon)$  и  $v_{\text{а}} = f(\varepsilon)$ , которые представлены на рисунках 3 и 4.

При изменении угла  $\varepsilon$  в интервале от  $-90$  до  $90^\circ$  (цилиндрическая часть корпуса сме-

сителя) происходит перемещение частицы под углом  $\theta$  в интервале от  $30,9$  до  $37,5^\circ$ . То есть касательная составляющая абсолютной скорости, характеризующая окружную скорость частицы, имеет достаточно большое значение при рассматриваемых параметрах смесителя, что важно для обеспечения качественного смешивания компонентов. Абсолютная скорость движения частицы изменяется незначительно в рассматриваемом диапазоне угла  $\varepsilon$ .

В таблице приведены результаты расчета средней абсолютной скорости частицы, перемещаемой наружной спиралью.

Таблица

Результаты расчета

Частота вращения $n$ , об/мин.	Средняя абсолютная скорость частицы $v_{\text{а}}$ , м/с
60	0,70
80	0,93
100	1,16

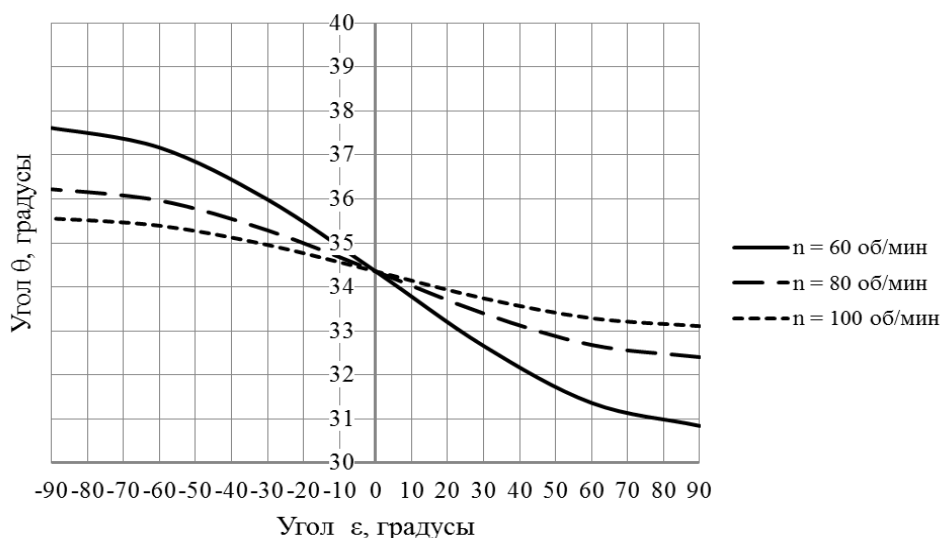


Рис. 3. Зависимость угла  $\theta$  от положения частицы, определяемой углом  $\varepsilon$

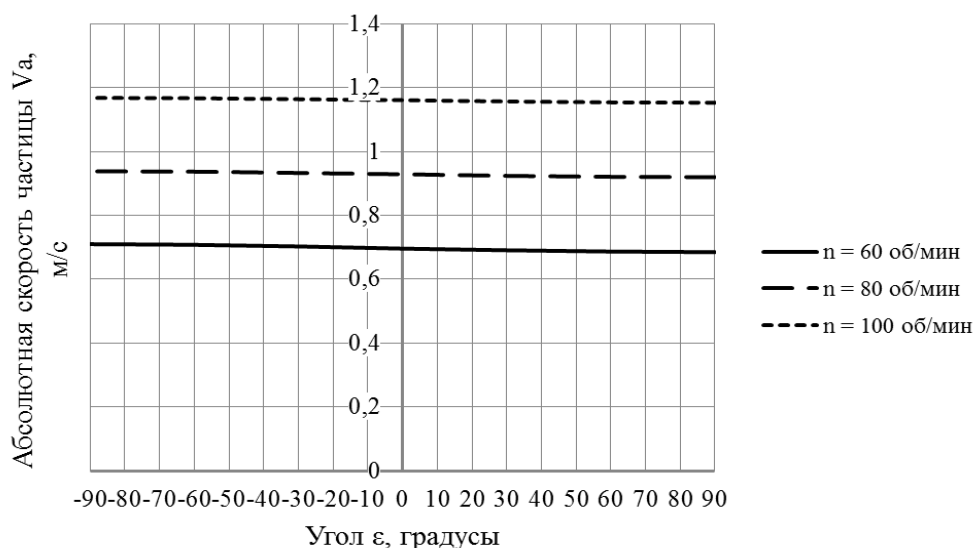


Рис. 4. Зависимость абсолютной скорости частицы  $V_a$  от угла  $\varepsilon$

### Выводы

1. Получена математическая модель движения частицы органоминерального наполнителя в ленточно-винтовом смесителе.

2. Перемещение частицы по цилиндрической части корпуса смесителя происходит под углом  $\theta$  относительно оси мешалки в интервале от  $30,9^\circ$  до  $37,5^\circ$ , то есть окружная скорость частицы имеет достаточно большое значение при рассматриваемых параметрах смесителя, что важно для обеспечения качественного смешивания компонентов.

### Библиографический список

1. Способ рекультивации песчаных почв в зоне полупустынь и питательная влагоаккумулирующая композиция для его осуществления: пат. 2557618 Рос. Федерация: МПК С09К 17/00 / Куцый В.А., Ситников А.А., Нефедов Е.Н., Сороченко С.Ф., Дрюк В.А., Шишин М.Ю., Томаровский А.А., Суворов С.А.; заявитель и патентообладатель ООО «Теллура-Бис», ФГБОУ ВПО «АлтГТУ им. И.И. Ползунова», ООО «МИП СХМ». – Заявка 2013150453/05; заявл. 12.11.2013; опублик. 27.07.2015.

2. Положительное решение о выдаче патента РФ на полезную модель от 06.02.2017. Комбинированный посевной агрегат / Ситников А.А., Сороченко С.Ф., Дрюк В.А., Суворов С.А., Шишин М.Ю., Ферапонтов С.Г., Гуревич В.Б. – № 2016128630/13(044641); заявл. 13.07.2016.

3. Сороченко С.Ф., Дрюк В.А., Ситников А.А., Нефедов Е.Н., Шишин М.Ю., Куцый В.А., Томаровский А.А., Суво-

ров С.А. Полевые испытания технологии рекультивации песчаных почв // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2014. – № 2 (112). – С. 46-52.

4. Ситников А.А., Дрюк В.А., Сороченко С.Ф., Нефедов Е.Н., Шишин М.Ю., Куцый В.А., Суворов С.А., Камышов Ю.Н. Технология борьбы с опустыниванием на западе Монголии // Ползуновский вестник. – 2014. – № 4. – Т. 1. – С. 40-44.

5. Дрюк В.А., Суворов С.А., Сороченко С.Ф. и др. Определение состава питательной влагоаккумулирующей композиции для технологии восстановления плодородия обедненных почв // Алтай – Гималаи: традиционные знания и инновации и развития горных и предгорных регионов Евразии: матер. 1-го российско-индийско-монгольского семинара. – Барнаул: Изд-во Фонда «Алтай-21век», 2015. – 232 с.

6. Суворов С.А., Сороченко С.Ф., Дрюк В.А. Технология восстановления обеднённых почв и агрегат для её восстановления // Переход к зелёной экономике и устойчивому развитию в Алтайском крае: перспективы, механизмы, ключевые направления: матер. Межрегион. конф. с междунар. участием (22-24 октября 2015 г.). – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2015. – 199 с.

7. Суворов С.А., Сороченко С.Ф., Дрюк В.А. Экспериментальное обоснование параметров смесителя для приготовления питательной влагоаккумулирующей композиции // Вестник Алтайского ГАУ. – 2016. – № 12 (146). – С. 144-150.

8. Симаков Н.Н. Расчет обтекания и сопротивления шара в ламинарном и сильно-



турбулентном потоках // Журнал технической физики. – 2013. – Вып. 4 (83). – С. 16-20.

9. Рылова И.А., Боровков В.С. Эквивалентная шероховатость напорных и безнапорных трубопроводов // Вестник МГСУ. – 2013. – № 4. – С. 181-187.

10. Григорьев А.М. Винтовые конвейеры. – М.: Машиностроение, 1972. – 81 с.

### References

1. Sposob rekultivatsii peschanykh pochv v zone polupustyn i pitatel'naya vlogoakkumuliruyushchaya kompozitsiya dlya ego osushchestvleniya: pat. 2557618 Ros. Federatsiya: MPK S09K 17/00 / Kutsyi V.A., Sitnikov A.A., Nefedov E.N., Sorochenko S.F., Dryuk V.A., Shishin M.Yu., Tomarovskii A.A., Suvorov S.A.; заявитель i patentoobladatel ООО «Tellura-Bis», FGBOU VPO «AltGTU im. I.I Polzunova», ООО «MIP SKhM» – Заявка 2013150453/05; заявл. 12.11.2013; opubl. 27.07.2015.

2. Polozhitelnoe reshenie o vydache patenta RF na poleznuyu model ot 06.02.2017. Kombinirovannyi posevnoi agregat / Sitnikov A.A., Sorochenko S.F., Dryuk V.A., Suvorov S.A., Shishin M.Yu., Ferapontov S.G., Gurevich V.B. – № 2016128630/13 (044641); заявл. 13.07.2016.

3. Sorochenko S.F., Dryuk V.A., Sitnikov A.A., Nefedov E.N., Shishin M.Yu., Kutsyi V.A., Tomarovskii A.A., Suvorov S.A. Polevye ispytaniya tekhnologii rekultivatsii peschanykh pochv // Vestnik Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2014. – № 2 (112). – С. 46-52.

4. Sitnikov A.A., Dryuk V.A., Sorochenko S.F., Nefedov E.N., Shishin M.Yu., Kutsyi V.A., Suvorov S.A., Kamyshev Yu.N. Tekhnologiya borby s opustynivaniem na

zapade Mongolii // Polzunovskii vestnik. – 2014. – № 4 (Т. 1). – С. 40-44.

5. Dryuk V.A., Suvorov S.A., Sorochenko S.F. i dr. Opredelenie sostava pitatelnoi vlogoakkumuliruyushchei kompozitsii dlya tekhnologii vosstanovleniya plodorodiya obednennykh pochv // Altai – Gimalai: traditsionnye znaniya i innovatsii i razvitiya gornykh i predgornykh regionov Evrazii: materialy 1-go rossiisko-indiisko-mongolskogo seminar. – Barnaul: Izd-vo Fonda «Altai-21 vek», 2015. – 232 s.

6. Suvorov S.A., Sorochenko S.F., Dryuk V.A. Tekhnologiya vosstanovleniya obednennykh pochv i agregat dlya ee vosstanovleniya // Perekhod k zelenoi ekonomike i ustoychivomu razvitiyu v Altaiskom krae: perspektivy, mekhanizmy, klyuchevye napravleniya: materialy mezhregionalnoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem, 22-24 oktyabrya 2015 g. – Barnaul: Izd-vo AltGTU, 2015. – 199 s.

7. Suvorov S.A., Sorochenko S.F., Dryuk V.A. Eksperimentalnoe obosnovanie parametrov smesitelya dlya prigotovleniya pitatelnoi vlogoakkumuliruyushchei kompozitsii // Vestnik Altaiskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta. – 2016. – № 12 (146). – С. 144-150.

8. Simakov N.N. Raschet obtekaniya i soprotivleniya shara v laminarnom i silno turbulentnom potokakh // Zhurnal tekhnicheskoi fiziki. – 2013. – Vyp. 4 (83). – С. 16-20.

9. Rylova I.A., Borovkov V.S. Ekvivalentnaya sherokhovatost napornykh i beznapornykh truboprovodov // Vestnik MGSU. – 2013. – № 4. – С. 181-187.

10. Grigorev A.M. Vintovye konveiry. – М.: Mashinostroenie, 1972. – 81 с.

