



УДК 630\*231

В.А. Усольцев, М.П. Воронов, К.В. Колчин, А.А. Маленко, Е.В. Кох  
 V.A. Usoltsev, M.P. Voronov, K.V. Kolchin, A.A. Malenko, Ye.V. Koch

## ТРАНСКОНТИНЕНТАЛЬНАЯ АДДИТИВНАЯ МОДЕЛЬ И ТАБЛИЦА ДЛЯ ОЦЕНКИ ФИТОМАССЫ ЕЛОВО-ПИХТОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ ЕВРАЗИИ

### TRANSCONTINENTAL ADDITIVE MODEL AND WEIGHT TABLE FOR ESTIMATING BIOMASS OF SPRUCE-FIR FORESTS IN EURASIA

**Ключевые слова:** *Picea L., Abies L.*, биосферная роль лесов, биомасса деревьев, аллометрические модели, пробные площади, биологическая продуктивность, аддитивность уравнений, трансконтинентальная таблица фитомассы деревьев.

Впервые в русскоязычной литературе на уникальной по объёму базе фактических данных о фитомассе еловых и пихтовых древостоев, полученной на 1230 пробных площадях, заложенных в пределах их ареалов на территории Евразии, решена проблема гармонизации моделей фитомассы путём соблюдения принципа аддитивности, предполагающего, что суммарная фитомасса фракций (ствол, ветви, хвоя, корни), полученная по «фракционным» уравнениям, должна быть равна значению фитомассы, полученному по общему уравнению. Разработана система аддитивных соотношений фракционного состава фитомассы, представляющая собой трансконтинентальную трёхшаговую модель пропорционального взвешивания, на основе которой составлена соответствующая таблица фитомассы елово-пихтовых древостоев, оцениваемой по основным массообразующим показателям. В отличие от «агрегированного» метода построения аддитивной модели по принципу «от частного – к общему», применён альтернативный, «дисагрегированный» трёхшаговый метод её построения по принципу «от общего – к частному». Предложенная модель и соответствующая таблица для оценки фитомассы дают возможность определения в первом приближении фитомассы елово-пихтовых древостоев (т/га) по данным измерительной таксации на территории Евразии. Поскольку подобные всеобщие модели и таблицы могут иметь смещения в локальных условиях их применения, на следующем этапе исследований предстоит разработать более детальные, региональные модели и таблицы фитомассы путём «разбиения» предложенной здесь

всеобщей модели на региональные с помощью фиктивных переменных.

**Keywords:** *Picea sp., Abies sp.*, biosphere role of forests, tree biomass, allometric models, sample plots, biological productivity, equation additivity, transcontinental table of tree biomass.

For the first time in Russian literature the problem of harmonizing allometric models of forest biomass components (stem, branches, foliage, roots) by means of ensuring the principle of their additivity has been solved. It implies that the sum of biomass values obtained by component equations should be equal to the value of total biomass received with the general equation. For this purpose, unique forest biomass database in a number of 1230 sample plots established in *Picea* and *Abies* forest stands growing in the territory of Eurasia is compiled. Additive system of biomass component relations, as a transcontinental three-step model of proportional weighting is designed. On its basis the corresponding taxation table of the biomass component composition involving basic mass-determining inputs is suggested. In contrast to "aggregation" method of designing the additive model according to the principle "from particular - to general", an alternative, "disaggregation" three-step method is applied when using another principle "from general - to particular". The proposed model and corresponding table for estimating forest biomass makes it possible to estimate spruce and fir stands biomass (t ha) in Eurasian area as the first approximation when using traditional taxation. Since such transcontinental models and tables may have biases in local conditions for their application, in the next stage of this research more detailed, regional forest biomass models and tables through the "splitting" proposed here common model into regional ones using dummy variables will be developed.

**Усольцев Владимир Андреевич**, д.с.-х.н., проф., Засл. лесовод России, Уральский государственный лесотехнический университет; гл. н.с., Ботанический сад УрО РАН, Екатеринбург. Тел.: (343) 354-61-59. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

**Воронов Михаил Петрович**, к.т.н., проф. каф. менеджмента и управления качеством, Уральский государственный лесотехнический университет. Тел.: (343) 375-51-40. E-mail: mstrk@yandex.ru.

**Колчин Кирилл Владимирович**, аспирант, Уральский государственный лесотехнический университет, г. Екатеринбург. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

**Маленко Александр Анатольевич**, д.с.-х.н., зав. каф. лесного хозяйства, Алтайский государственный аграрный университет. Тел.: (3852) 62-63-52. E-mail: malenko51@mail.ru

**Кох Елена Викторовна**, к.с.-х.н., доцент, Уральский государственный лесотехнический университет. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

**Usoltsev Vladimir Andreyevich**, Dr. Agr. Sci., Prof., Ural State Forestry Engineering University; Chief Staff Scientist, Botanical Garden, Ural Branch, Rus. Acad. of Sci., Yekaterinburg. Ph.: (343) 354-61-59. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

**Voronov Mikhail Petrovich**, Cand. Tech. Sci., Ural State Forestry Engineering University. Ph.: (343) 375-51-40. E-mail: mstrk@yandex.ru.

**Kolchin Kirill Vladimirovich**, post-graduate student, Ural State Forestry Engineering University, Yekaterinburg. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

**Malenko Aleksandr Anatolyevich**, Dr. Agr. Sci., Assoc. Prof., Head, Chair of Forestry, Altai State Agricultural University. Ph.: (3852) 62-63-52. E-mail: malenko51@mail.ru.

**Koch Yelena Viktorovna**, Cand. Agr. Sci., Assoc. Prof., Ural State Forestry Engineering University. E-mail: Usoltsev50@mail.ru.

При оценке биологической продуктивности лесов применяются регрессионные модели разного уровня, однако имеется много неопределённостей, снижающих их устойчивость. Одной из таких неопределённостей была посвящена наша предыдущая публикация [1], в которой выполнен анализ смещений всеобщих аллометрических уравнений фитомассы деревьев в их локальных приложениях.

В работе предпринята попытка снятия ещё одной неопределённости, связанной с проблемой гармонизации аллометрических моделей фитомассы. Названная гармонизация, в частности, предполагает соблюдение принципа аддитивности, согласно которому суммарная фитомасса фракций (ствол, ветви, хвоя, корни), полученная по «фракционным» уравнениям, должна равняться значению фитомассы, полученному по общему уравнению [2]. Необходимость соблюдения принципа аддитивности в таблицах фитомассы деревьев, составленных по соответствующим уравнениям, отмечалась уже в первых работах, посвященных оценке фитомассы деревьев по их легко измеряемым морфологическим (дендрометрическим) показателям [3]. Названная проблема широко обсуждается в мировой литературе, и в последние годы наблюдается экспоненциальный рост публикаций по этой теме. К сожалению, в русскоязычной литературе она полностью игнорируется.

Основное предназначение аддитивных моделей – не только устранить внутреннюю противоречивость системы уравнений для фитомассы и её фракций, но и получить минимальные смещения оценок при минимальной коррелированности остатков дисперсии. Основное внимание уделяется проблеме аддитивности моделей фитомас-

сы на уровне деревьев. Первые попытки осуществить принцип аддитивности предпринимались на примерах линейных моделей [4]. При этом показатели адекватности (коэффициент детерминации  $R^2$  и стандартная ошибка) общего уравнения рассчитывались по специальному алгоритму на основе полученных характеристик «фракционных» уравнений.

Затем были предложены и реализованы на разных объектах более сложные алгоритмы аддитивных моделей фитомассы деревьев, в частности, нелинейный взвешенный метод наименьших квадратов с принудительной перекрёстной оценкой регрессионных коэффициентов, с дополнительным вводом функции ошибки и с учётом внутренней корреляции между фракциями фитомассы. Одна из последних разработок представлена двушаговым нелинейным методом псевдонесвязанных регрессий (nonlinear seemingly unrelated regressions – NSUR), при котором вводятся дополнительные ограничения на подбор регрессионных уравнений для массы исходных фракций (например, листья и ветвей) и промежуточной фракции (например, массы кроны) без расчёта специальных уравнений для промежуточных фракций [2, 5, 6]. Сложность расчётных алгоритмов при этом последовательно возрастала, потребовался инструментарий современного программного обеспечения (SAS/ETS 9.3; R-statistical package). Все перечисленные алгоритмы реализовывались по принципу: «от частного – к общему».

По этому же принципу осуществлён расчёт аддитивных уравнений фитомассы, но на уровне не дерева (кг), а древостоя (т/га), в одной из немногих работ этого направления, выполненной по данным фи-

томассы древостоев сосны замечательной (*Pinus radiata* D. Don) в количестве 319 пробных площадей [7]. Регрессионные коэффициенты получены нелинейным методом наименьших квадратов посредством 2000 итераций с учётом внутренней корреляции фракций фитомассы и с вводом процедуры взвешивания для устранения неоднородности дисперсии остатков. Использовано программное обеспечение SAS/ETS, версия 6. Результаты приведены в таблице 1.

Китайскими исследователями [8-10] предложен метод, альтернативный изложенному и реализуемый по принципу «от общего – к частному». Он выполнен на уровне модельных деревьев (кг) и получил название 3-шагового метода пропорционального взвешивания (three-step proportional weighting – 3SPW) [9]. Согласно предложенной структуре «дизагрегированной» (расчленяемой) (disaggregation model) 3-шаговой аддитивной системы моделей фитомассы деревьев, оцененная по исходному уравнению общая фитомасса расчленяется на корни и надземную часть в соответствии с их долями в общей фито-

массе (шаг 1), далее полученная надземная фитомасса расчленяется аналогичным образом на крону и ствол в коре (шаг 2), и, наконец, крона расчленяется на хвою и ветви (шаг 3а), а ствол – на древесину и кору (шаг 3б) (рис. 1). Поскольку коэффициенты регрессионных моделей всех трёх шагов оцениваются одновременно, это обеспечивает аддитивность фитомассы всех фракций – общей, промежуточных и исходных [9].

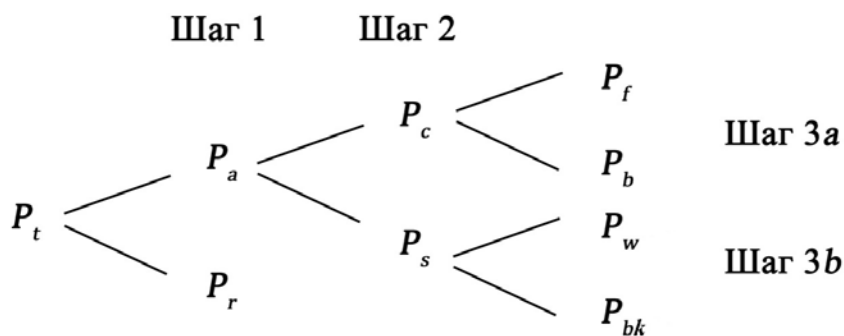
Сопоставив методы 3SPW и NSUR (соответственно, метод «от общего – к частному», или дизагрегированный, и метод «от частного – к общему», или агрегированный) по данным 122 деревьев лиственницы Гмелина, исследователи пришли к выводу, что хотя полученные по двум методам результаты близки между собой, первый даёт меньшую стандартную ошибку регрессионных коэффициентов по сравнению со вторым. Причину они видят в том, что уравнение для общей фитомассы, расчленяемое далее на «фракционные» соотношения по методу 3SPW, всегда имеет более высокие показатели адекватности, чем «фракционные» для массы хвои и ветвей.

Таблица 1

**Характеристика аддитивных уравнений для надземной фитомассы (т/га) и её фракций в древостоях сосны замечательной (когда структура и число независимых переменных в «фракционных» уравнениях отличаются от их числа в общем уравнении) [7]**

Фракция фитомассы	Уравнение	R <sup>2</sup>
Древесина ствола	$P_1 = e^{0,706} \cdot 18,280 / (A+9) \cdot G^{0,968} \cdot H^{0,405} + \varepsilon_1$	0,96
Кора ствола	$P_2 = e^{0,102} \cdot 30,601 / (A+9) \cdot G^{0,750} \cdot H^{0,405} + \varepsilon_2$	0,77
Ветви	$P_3 = e^{1,200} \cdot G^{0,847} \cdot N^{-0,150} + \varepsilon_3$	0,73
Хвоя	$P_4 = e^{-0,975} \cdot 3,509 / (A+1) + 29,249 / (A+9) \cdot G^{0,613} + \varepsilon_4$	0,68
Надземная масса	$P_{общ} = e^{0,706} \cdot 18,280 / (A+9) \cdot G^{0,968} \cdot H^{0,405} + e^{0,102} \cdot 30,601 / (A+9) \cdot G^{0,750} \cdot H^{0,405} + e^{1,200} \cdot G^{0,847} \cdot N^{-0,150} + e^{-0,975} \cdot 3,509 / (A+1) + 29,249 / (A+9) \cdot G^{0,613} + \varepsilon_5$	0,96

Примечание. А – возраст древостоя, лет; G – сумма площадей сечений, м<sup>2</sup>/га; H – верхняя высота древостоя, м; N – число деревьев на 1 га; ε<sub>i</sub> – ошибка мультиколлинеарности.



**Рис. 1. Блок-схема «дизагрегированной» (расчленяемой) трёхшаговой аддитивной модели фитомассы дерева: P<sub>t</sub>, P<sub>r</sub>, P<sub>a</sub>, P<sub>c</sub>, P<sub>s</sub>, P<sub>f</sub>, P<sub>b</sub>, P<sub>w</sub> и P<sub>bk</sub> – соответственно, фитомасса дерева: общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, кг**

Поэтому при реализации процедуры в направлении от «фракционных» к общему уравнению по методу NSUR более высокие ошибки уравнений для массы хвои и ветвей накладываются на уравнения для промежуточных фракций и общей фитомассы. В итоге показатели адекватности уравнений, полученных по методу NSUR, остаются более низкими, чем полученные по методу 3SPW, в том числе при снятии коррелированности фракций и неоднородности дисперсии остатков [9].

#### Цель и методика исследований

Целью исследования является разработка трансконтинентальной таблицы фитомассы (т/га) елово-пихтарников (*Picea* L. и *Abies* L.) Евразии, аддитивной по фракционному составу и составленной на основе соответствующей системы аддитивных уравнений. В упомянутой работе [7], выполненной по данным фитомассы древостоев сосны замечательной, был применён метод NSUR, реализованный по принципу «от частного – к общему».

Применен альтернативный метод 3SPW, реализованный по принципу «от общего – к частному». Это первая в России попытка разработки аддитивной системы аллометрических уравнений и соответствующей таксационной таблицы фитомассы (т/га) на примере елово-пихтовых древостоев с использованием сформированной авторами уникальной по объёму евразийской базы данных в количестве 1230 пробных площадей, в том числе 850 – для ельников чистых и с примесью пихты и 380 – для пихтарников чистых и с примесью ели [11]. Распределение пробных площадей, на которых получены эти данные на территории Евразии, было показано ранее [12].

Мы выбрали принцип дисагрегирования, реализованный по 3-шаговой схеме пропорционального взвешивания (3SPW), поскольку он: а) позволяет пошагово (последовательно) расчленивать оценки общей фитомассы на промежуточные фракции и затем полученные оценки – на исходные фракции в соответствии с их долями в промежуточных фракциях; б) обеспечивает пошаговую аддитивность фракций всех уровней; в) даёт в итоге модель фитомассы для каждой промежуточной и исходной фракции с возможностью выбора системы аддитивных уравнений любой желаемой степени детализации; г) не требует наличия одного и того же количества наблюдений для всех фракций фитомассы; д) не требует наличия и использования труднодоступ-

ных и дорогостоящих программ (SAS/ETS 9.3; R-statistical package), позволяя обходиться инструментарием Excel.

#### Результаты исследования

Выбранная нами структура моделей для общей фитомассы древостоев и её фракций отличается от предложенной китайскими исследователями и показанной в таблице 1 [7]. Первое отличие в том, что мы анализируем не надземную фитомассу, а полную, включая корни. Второе отличие состоит в выбранных независимых переменных: мы заменяем переменную  $G$  (сумму площадей сечений) на её составляющие – средний диаметр  $D$  и число стволов на 1 га  $N$ . Ранее нами было показано, что при одной и той же величине  $G$ , но при сочетании крайних значений  $D$  и  $N$  (т.е. максимального значения  $D$  при минимальной  $N$  и наоборот) значения фитомассы различаются вдвое-втрое [13]. По-видимому, неслучайно при оценке массы кроны деревьев и её фракций по площади сечения ствола коэффициент детерминации не превышал 26-31% [14], тогда как при использовании в качестве независимой переменной диаметра ствола изменчивость фитомассы дерева и её фракций объяснялась на 96-99% [4].

Известно, что темнохвойные леса boreальной зоны в значительной степени представлены смешанными елово-пихтовыми древостоями: ель и пихта обычно растут совместно с преобладанием той или другой породы. Специальным сравнительным исследованием ельников с примесью пихты (с долей участия ели от 60 до 90%) и пихтарников с примесью ели (с долей участия пихты от 60 до 90%) в условиях Урала не выявлено статистически значимого различия биологической продуктивности тех и других в возрастном диапазоне от 20 до 130 лет [15].

Нет различий между фитомассой ели и пихты также на уровне дерева. На основе сформированной базы данных о фитомассе в количестве 926 и 109 модельных деревьев, соответственно, ели и пихты, произрастающих в лесах Евразии, установлено, что у деревьев равного возраста и одинаковых размеров нет статистически значимых различий между елью и пихтой как по абсолютной величине фитомассы, так и по их фракционной структуре [16]. Ещё раньше Г. Бургером в Швейцарских Альпах было установлено отсутствие различия массы кроны у равновеликих деревьев ели европейской и пихты белой [17].

Тем не менее на первом этапе нашего исследования была предпринята проверка наличия или отсутствия различий в фитомассе ельников и пихтарников согласно модели, включающей основные массообразующие показатели древостоя,

$$\ln P_i = a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N) + g_i X, \quad (1)$$

где  $P_i$  – масса  $i$ -й фракции, т/га;  
 $A$  – возраст древостоя, лет;  
 $H$  – средняя высота древостоя, м;  
 $D$  – средний диаметр стволов, см;  
 $N$  – густота древостоя, тыс. экз/га;  
 $X$  – бинарная переменная: для ели  $X = 1$ , для пихты  $X = 0$ .

Регрессионный анализ структуры уравнения (1) показал, что для шести фракций фитомассы из девяти фактическое значение критерия Стьюдента оказалось меньше табличного, т.е. для большинства фракций фитомассы различие уравнения (1) для ельников и пихтарников оказалось статистически не значимым (табл. 2).

На этом основании бинарная переменная исключена из структуры уравнения (1), и на втором этапе расчёты выполнены по об-

щему для ельников и пихтарников уравнению вида:

$$\ln P_i = \ln a_i + b_i (\ln A) + c_i (\ln A)^2 + d_i (\ln H) + e_i (\ln D) + f_i (\ln N), \quad (2)$$

или после антилогарифмирования:

$$P_i = a_i A^{b_i} A^{c_i (\ln A)} H^{d_i} D^{e_i} N^{f_i}. \quad (3)$$

Рассчитаны независимые (изолированные) аллометрические уравнения (2) вначале для общей фитомассы, затем для надземной (промежуточная фракция 1-го порядка) и корней (для шага 1), далее для промежуточных фракций 2-го порядка – кроны и ствола в коре (для шага 2) и, наконец, для исходных фракций – хвои и ветвей (для шага 3а) и древесины и коры ствола (для шага 3б) (рис. 1) согласно принятой их структуре.

Полученные независимые (изолированные) уравнения приведены к виду (3), их характеристика дана в таблице 3. Все регрессионные коэффициенты уравнений (3) значимы на уровне вероятности  $P_{0,95}$ , и уравнения адекватны исходным данным. Расчётный алгоритм системы аддитивных уравнений показан на рисунке 4.

Таблица 2

**Соотношение фактических и табличных величин  $t$ -критерия Стьюдента, характеризующего значимость регрессионного коэффициента  $g_i$  на уровне вероятности  $P_{0,95}$**

Фракция фитомассы*	$P_t$	$P_r$	$P_a$	$P_c$	$P_s$	$P_f$	$P_b$	$P_w$	$P_{bk}$
Фактическое значение $t$ -критерия	1,76	<b>3,46</b>	1,16	1,89	0,51	1,65	1,92	<b>2,43</b>	<b>3,27</b>
Табличное значение $t$ -критерия на уровне вероятности $P_{0,95}$	1,96	<b>1,96</b>	1,96	1,96	1,96	1,96	1,96	<b>1,96</b>	<b>1,96</b>

Примечание.  $P_t, P_r, P_a, P_c, P_s, P_f, P_b, P_w$  и  $P_{bk}$  – соответственно, фитомасса древостоя: общая, подземная (корней), надземная, кроны (хвои и ветвей), ствола (древесины и коры), хвои, ветвей, древесины ствола и коры ствола, т/га. Жирным шрифтом выделены фракции фитомассы, по которым различия ели и пихты статистически значимы, т.е.  $t_{факт} > t_{табл.}$

Таблица 3

**Характеристика независимых (изолированных) аллометрических уравнений (3)**

Фракция фитомассы	Регрессионные коэффициенты модели						$R^2$ *	SE*
$P_t$	0,1328	$A^{0,4008}$	$A^{-0,0498(\ln A)}$	$H^{0,9781}$	$D^{1,2124}$	$N^{0,7194}$	0,966	1,35
Шаг 1								
$P_r$	0,0188	$A^{0,4735}$	$A^{-0,0384(\ln A)}$	$H^{0,6086}$	$D^{1,5079}$	$N^{0,7704}$	0,933	1,52
$P_a$	0,1278	$A^{0,2995}$	$A^{-0,0449(\ln A)}$	$H^{0,9301}$	$D^{1,2972}$	$N^{0,7483}$	0,942	1,36
Шаг 2								
$P_c$	0,0988	$A^{0,4246}$	$A^{-0,0813(\ln A)}$	$H^{0,5962}$	$D^{1,2282}$	$N^{0,7199}$	0,829	1,52
$P_s$	0,0111	$A^{1,0703}$	$A^{-0,1260(\ln A)}$	$H^{1,0240}$	$D^{1,3372}$	$N^{0,7834}$	0,949	1,39
Шаг 3а								
$P_f$	0,0720	$A^{0,5257}$	$A^{-0,1067(\ln A)}$	$H^{0,6357}$	$D^{0,9748}$	$N^{0,6833}$	0,721	1,58
$P_b$	0,0109	$A^{0,9577}$	$A^{-0,1340(\ln A)}$	$H^{0,4452}$	$D^{1,5104}$	$N^{0,7659}$	0,833	1,57
Шаг 3б								
$P_w$	0,00266	$A^{1,7491}$	$A^{-0,2016(\ln A)}$	$H^{1,3556}$	$D^{0,9433}$	$N^{0,7192}$	0,941	1,42
$P_{bk}$	0,00407	$A^{1,0396}$	$A^{-0,1069(\ln A)}$	$H^{1,3008}$	$D^{0,5561}$	$N^{0,6119}$	0,888	1,50

Примечание. \* $R^2$  – коэффициент детерминации; SE – стандартная ошибка уравнения.

Шар 1	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{a_r A^{b_r} A^{c_r(\ln A)} H^{d_r} D^{e_r} N^{f_r}}{a_r A^{b_r} A^{c_r(\ln A)} H^{d_r} D^{e_r} N^{f_r}}} \times P_t$	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{a_a A^{b_a} A^{c_a(\ln A)} H^{d_a} D^{e_a} N^{f_a}}{a_a A^{b_a} A^{c_a(\ln A)} H^{d_a} D^{e_a} N^{f_a}}} \times P_t$
Шар 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{a_c A^{b_c} A^{c_c(\ln A)} H^{d_c} D^{e_c} N^{f_c}}{a_c A^{b_c} A^{c_c(\ln A)} H^{d_c} D^{e_c} N^{f_c}}} \times P_a$	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{a_s A^{b_s} A^{c_s(\ln A)} H^{d_s} D^{e_s} N^{f_s}}{a_s A^{b_s} A^{c_s(\ln A)} H^{d_s} D^{e_s} N^{f_s}}} \times P_a$
Шар 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{a_f A^{b_f} A^{c_f(\ln A)} H^{d_f} D^{e_f} N^{f_f}}{a_f A^{b_f} A^{c_f(\ln A)} H^{d_f} D^{e_f} N^{f_f}}} \times P_c$	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{a_b A^{b_b} A^{c_b(\ln A)} H^{d_b} D^{e_b} N^{f_b}}{a_b A^{b_b} A^{c_b(\ln A)} H^{d_b} D^{e_b} N^{f_b}}} \times P_c$
Шар 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{a_w A^{b_w} A^{c_w(\ln A)} H^{d_w} D^{e_w} N^{f_w}}{a_w A^{b_w} A^{c_w(\ln A)} H^{d_w} D^{e_w} N^{f_w}}} \times P_{bk}$	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{a_{bk} A^{b_{bk}} A^{c_{bk}(\ln A)} H^{d_{bk}} D^{e_{bk}} N^{f_{bk}}}{a_{bk} A^{b_{bk}} A^{c_{bk}(\ln A)} H^{d_{bk}} D^{e_{bk}} N^{f_{bk}}}}} \times P_s$

Рис. 4. Структура трёхшаговой аддитивной модели, реализуемой по принципу пропорционального взвешивания (обозначения см. уравнения (1) и (3))

$P_i = 0,1328 A^{0,4008} A^{-0,0498(\ln A)} H^{0,9781} D^{1,2124} N^{0,7194}; R^2 = 0,966; SE = 1,35$	
Шар 1	$P_r = \frac{1}{1 + \frac{0,1278 A^{0,2995} A^{-0,0449(\ln A)} H^{0,9301} D^{1,2972} N^{0,7483}}{0,0188 A^{0,4735} A^{-0,0384(\ln A)} H^{0,5086} D^{1,5079} N^{0,7704}}} \times P_t$
	$P_a = \frac{1}{1 + \frac{0,0188 A^{0,4735} A^{-0,0384(\ln A)} H^{0,5086} D^{1,5079} N^{0,7704}}{0,1278 A^{0,2995} A^{-0,0449(\ln A)} H^{0,9301} D^{1,2972} N^{0,7483}}} \times P_t$
Шар 2	$P_c = \frac{1}{1 + \frac{0,0111 A^{1,0703} A^{-0,1260(\ln A)} H^{1,0240} D^{1,3372} N^{0,7834}}{0,0988 A^{0,4246} A^{-0,0813(\ln A)} H^{0,5962} D^{1,2282} N^{0,7199}}} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1 + \frac{0,0988 A^{0,4246} A^{-0,0813(\ln A)} H^{0,5962} D^{1,2282} N^{0,7199}}{0,0111 A^{1,0703} A^{-0,1260(\ln A)} H^{1,0240} D^{1,3372} N^{0,7834}}} \times P_a$
Шар 3а	$P_f = \frac{1}{1 + \frac{0,0109 A^{0,9577} A^{-0,1340(\ln A)} H^{0,4452} D^{1,5104} N^{0,7659}}{0,0720 A^{0,5257} A^{-0,1067(\ln A)} H^{0,6357} D^{0,9748} N^{0,6833}}} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1 + \frac{0,0720 A^{0,5257} A^{-0,1067(\ln A)} H^{0,6357} D^{0,9748} N^{0,6833}}{0,0109 A^{0,9577} A^{-0,1340(\ln A)} H^{0,4452} D^{1,5104} N^{0,7659}}} \times P_c$
Шар 3б	$P_w = \frac{1}{1 + \frac{0,00407 A^{1,0396} A^{-0,1069(\ln A)} H^{1,3008} D^{0,5561} N^{0,6119}}{0,00266 A^{1,7491} A^{-0,2016(\ln A)} H^{1,3556} D^{0,9433} N^{0,7192}}} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1 + \frac{0,00266 A^{1,7491} A^{-0,2016(\ln A)} H^{1,3556} D^{0,9433} N^{0,7192}}{0,00407 A^{1,0396} A^{-0,1069(\ln A)} H^{1,3008} D^{0,5561} N^{0,6119}}} \times P_s$

Рис. 5. Совокупность исходных аддитивных аналитических зависимостей фракций фитомассы от массообразующих показателей елово-пихтового древостоя, рассчитанных по принципу пропорционального взвешивания (обозначения см. рис. 1 и уравнения (1) и (3))

$$P_i = 0,1328 A^{0,4008} A^{-0,0498(\ln A)} H^{0,9781} D^{1,2124} N^{0,7194}; R^2 = 0,966; SE = 1,35$$

Шар 1	$P_r = \frac{1}{1 + 6,7979A^{-0,1740}A^{-0,0065(\ln A)} H^{0,3215} D^{-0,2107} N^{-0,0221}} \times P_t$
	$P_a = \frac{1}{1 + 0,1471A^{0,1740}A^{0,0065(\ln A)} H^{-0,3215} D^{0,2107} N^{0,0221}} \times P_t$
Шар 2	$P_c = \frac{1}{1 + 0,1123A^{0,6457}A^{-0,0447(\ln A)} H^{0,4278} D^{0,1090} N^{0,0635}} \times P_a$
	$P_s = \frac{1}{1 + 8,9009A^{-0,6457}A^{0,0447(\ln A)} H^{-0,4278} D^{-0,1090} N^{-0,0635}} \times P_a$
Шар 3а	$P_f = \frac{1}{1 + 0,1514A^{0,4320}A^{-0,0273(\ln A)} H^{-0,1905} D^{0,5356} N^{0,0825}} \times P_c$
	$P_b = \frac{1}{1 + 6,6055A^{-0,4320}A^{0,0273(\ln A)} H^{0,1905} D^{-0,5356} N^{-0,0825}} \times P_c$
Шар 3б	$P_w = \frac{1}{1 + 1,5301A^{-0,7095}A^{0,0947(\ln A)} H^{-0,0548} D^{-0,3872} N^{-0,1073}} \times P_s$
	$P_{bk} = \frac{1}{1 + 0,6536A^{0,7095}A^{-0,0947(\ln A)} H^{0,0548} D^{0,3872} N^{0,1073}} \times P_s$

**Рис. 6. Трёхшаговая аддитивная модель фракционного состава фитомассы елово-пихтовых древостоев, реализованная по принципу пропорционального взвешивания (обозначения см. рис. 1 и уравнения (1) и (3))**

После подстановки регрессионных коэффициентов независимых (изолированных) уравнений из таблицы 3 в структуру аддитивной модели, представленную на рисунке 4, на третьем этапе исследований получили совокупность исходных аддитивных аналитических зависимостей (рис. 5), а после сокращения дробей – окончательную структуру зависимостей, или трансконтинентальную аддитивную модель фракционного состава фитомассы елово-пихтарников, рассчитанную по 3-шаговой схеме пропорционального взвешивания (рис. 6). Модель действительна в диапазонах фактических данных массообразующих показателей:  $A = 7 \div 350$  лет;  $D = 0,5 \div 74,0$  см,  $H = 1,3 \div 39,0$  м и  $N = 0,125 \div 187,0$  тыс. экз/га.

На четвертом этапе исследования систему аддитивных моделей, представленных на рисунках 5 и 6, в практических целях необходимо представить в табличной форме. Эта система не может быть использована непосредственно, она работает по принципу «Что будет, если...?», и для представления её в табличной форме необходимо задать значения массоопределяющих показателей  $A$ ,  $H$ ,  $D$  и  $N$ . Это можно осуществить, например, путём её табулирования по значениям  $A$ ,  $H$ ,  $D$  и  $N$  любых традиционных таблиц хода роста (ТХР) еловых или елово-пихтовых древостоев, что было выполнено ранее на основе независимых

(изолированных) уравнений [18]. В работе в целях компактности нами предложен иной вариант, ранее также апробированный на независимых регрессионных моделях фитомассы древостоев [19].

В нашем случае названная система аддитивных моделей совмещается с возрастными трендами массообразующих показателей  $H$ ,  $D$  и  $N$ . Известно, что продуктивность любого древостоя определяется по соотношению его возраста и высоты в виде так называемой бонитетной шкалы. Поэтому в качестве базовой нами принята зависимость  $H = f(A)$ , на которую по рекурсивному принципу накладываются последовательно зависимости  $D = f(A, H)$  и затем  $N = f(A, H, D)$ . Результаты расчёта названной рекурсивной системы уравнений представлены в таблице 4. Все регрессионные коэффициенты значимы на уровне вероятности  $P_{0,95}$ , и уравнения адекватны исходным данным.

Путем последовательного табулирования рекурсивной системы уравнений, представленной в таблице 4, по задаваемым значениям  $A$  и расчётным значениям  $H$ ,  $D$  и  $N$  получили искомую таблицу возрастной динамики массообразующих показателей и аддитивного фракционного состава фитомассы елово-пихтарников, произрастающих в Евразии (табл. 5).

Таблица 4

Характеристика рекурсивной системы массообразующих показателей в форме их возрастных трендов

Массообразующие показатели	Регрессионные коэффициенты и независимые переменные				R <sup>2</sup>	SE
	a <sub>0</sub>	a <sub>1</sub> (lnA)	a <sub>3</sub> (lnH)	a <sub>4</sub> (lnD)		
lnH	0,2724	0,5954	-	-	0,488	0,40
lnD	-0,2690	0,1476	0,9098	-	0,922	0,18
lnN	3,9605	-0,1808	0,3860	-1,4230	0,702	0,51

Таблица 5

Таблица возрастной динамики аддитивного фракционного состава фитомассы елово-пихтарников (т абсолютно сухой массы на 1 га), произрастающих на территории Евразии

A, лет	H, м	D, см	N, тыс. экз/га	Фитомасса, т/га*									
				P <sub>f</sub>	P <sub>a</sub>	P <sub>c</sub>	P <sub>f</sub>	P <sub>b</sub>	P <sub>r</sub>	P <sub>s</sub>	P <sub>w</sub>	P <sub>bk</sub>	
10	5,2	4,8	7,030	34,8	29,1	14,1	8,3	5,8	5,7	15,0	12,5	2,5	
20	7,8	7,7	3,680	64,1	52,8	19,5	9,9	9,6	11,3	33,3	28,9	4,4	
40	11,8	12,5	1,930	112,9	91,2	25,2	10,9	14,3	21,7	66,0	58,7	7,3	
60	15,0	16,5	1,320	153,9	122,7	28,6	11,3	17,3	31,2	94,1	84,3	9,8	
80	17,8	20,1	1,010	189,6	149,7	30,9	11,4	19,5	39,9	118,8	106,8	12,0	
100	20,4	23,4	0,820	221,7	173,7	32,7	11,4	21,3	48,0	141,0	127,0	14,1	
120	22,7	26,5	0,690	250,9	195,3	34,2	11,5	22,7	55,6	161,1	145,1	16,0	
140	24,9	29,5	0,600	277,9	215,0	35,3	11,4	23,9	62,9	179,7	161,8	17,9	
160	26,9	32,4	0,530	303,1	233,3	36,4	11,4	25,0	69,8	196,9	177,2	19,7	
180	28,9	35,1	0,480	326,9	250,4	37,4	11,4	26,0	76,5	213,0	191,5	21,5	
200	30,8	37,7	0,430	349,2	266,3	38,2	11,4	26,8	82,9	228,1	204,9	23,2	
220	32,6	40,3	0,390	370,2	281,2	38,8	11,3	27,5	89,0	242,4	217,5	24,9	
240	34,3	42,8	0,360	390,3	295,4	39,5	11,3	28,2	94,9	255,9	229,4	26,5	
260	36,0	45,2	0,340	409,6	308,9	40,2	11,3	28,9	100,7	268,7	240,6	28,1	
280	37,6	47,6	0,320	427,7	321,5	40,6	11,2	29,4	106,2	280,9	251,2	29,7	
300	39,2	49,9	0,300	445,4	333,8	41,2	11,2	30,0	111,6	292,6	261,4	31,2	

Примечание. \*Обозначения см. в тексте.

**Заключение**

Таким образом, на уникальной по объёму (1230 определений) базе фактических данных фитомассы ельников чистых и с примесью пихты и пихтарников чистых и с примесью ели впервые для территории всей Евразии разработана система аддитивных соотношений фракционного состава фитомассы, на основе которой составлена соответствующая таблица для оценки фитомассы древостоев по их основным массообразующим показателям. В отличие от «агрегированного» метода построения аддитивной модели по принципу «от частного – к общему», применён альтернативный, «дисагрегированный» трёхшаговый метод её построения по принципу «от общего – к частному». Предложенная модель и соответствующая таблица дают возможность определения в первом приближении фитомассы елово-пихтовых древостоев (т/га) Евразии по данным измерительной таксации. Поскольку ранее было показано [20, 21], что подобные всеобщие модели и таблицы могут иметь смещения в локальных условиях их применения, на следующем этапе исследований предстоит разработать более детальные, региональные модели и

таблицы фитомассы путём «разбиения» предложенной здесь всеобщей модели на региональные с помощью фиктивных переменных.

**Библиографический список**

1. Усольцев В.А., Колчин К.В., Маленко А.А. Смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев лиственницы // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. – 2017. – № 4 (150). – С. 85-90 (<http://www.asau.ru/vestnik/2017/4/085-090.pdf>).
2. Усольцев В.А. Об аддитивных моделях биомассы деревьев: неопределённости и попытка их аналитического обзора // Эко-потенциал. – 2017. – № 2 (18). – С. 23-46 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6550>).
3. Young, H.E., Strand, L., Altenberger R. Preliminary fresh and dry weight tables for seven tree species in Maine. Maine Agricultural Experiment Station Technical Bulletin 12. – 1964. – 76 p.
4. Kozak A. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression



- analysis // *Forestry Chronicle*. – 1970. – Vol. 46 (5). – P. 402-404.
5. Parresol B.R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparison // *Forest Science*. – 1999. – Vol. 45 (4). – P. 573-593.
6. Parresol B.R. Additivity of nonlinear biomass equations // *Canadian Journal of Forest Research*. – 2001. – Vol. 31 (5). – P. 865-878.
7. Bi H., Long Y., Turner J., Lei Y., Snowdon P., Li Y., Harper R., Zerihun A., Ximenes F. Additive prediction of aboveground biomass for *Pinus radiata* (D. Don) plantations // *Forest Ecology and Management*. – 2010. – Vol. 259. – P. 2301-2314.
8. Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // *Scientia Silvae Sinicae*. – 2000. – Vol. 36. – P. 19–27 (in Chinese with English abstract).
9. Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // *Forest Science*. – 2015. – Vol. 61 (1). – P. 35-45.
10. Fu L., Lei Y., Wang G., Bi H., Tang S., Song X. Comparison of seemingly unrelated regressions with error-invariable models for developing a system of nonlinear additive biomass equations // *Trees*. – 2016. – Vol. 30 (3). – P. 839-857.
11. Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and reharmonized. – Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).
12. Усольцев В.А. Биологическая продуктивность лесообразующих пород в климатических градиентах Евразии (к менеджменту биосферных функций лесов). – Екатеринбург: Уральский государственный лесотехнический университет, 2016. – 384 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5634>).
13. Усольцев В.А. Формирование банков данных о фитомассе лесов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1998. – 541 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3224>).
14. Kurucz J. Component weights of Douglas-fir, western hemlock and western red cedar biomass for simulation of amount and distribution of forest fuels. – University of British Columbia, Forestry Department, M.F. Thesis, 1969. – 116 p.
15. Усольцев В.А., Воробейчик Е.Л., Бергман И.Е. Биологическая продуктивность лесов Урала в условиях техногенного загрязнения: исследование системы связей и закономерностей. – Екатеринбург: УГЛТУ, 2012. – 365 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/458>).
16. Усольцев В.А., Часовских В.П., Норицин Д.В. Возрастная динамика и структура фитомассы деревьев ели и пихты в лесах Евразии // *Эко-потенциал*. – 2015. – № 4 (12). – С. 10-12 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/5224/1/Usoltsev.pdf>).
17. Burger H. Der Kronenaufbau gleichalteriger Nadelholzbestände // *Mitt. Schweiz. Anstalt Forstl. Versuchswesen*. – 1939. – Bd. 21. – H. 1. – S. 5-57.
18. Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: нормативы и элементы географии. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2002. – 762 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3302>).
19. Усольцев В.А. Фитомасса лесов Северной Евразии: база данных и география. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2001. – 708 с. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3280>).
20. Усольцев В.А., Колчин К.В., Воронов М.П. Фиктивные переменные и смещения всеобщих аллометрических моделей при локальной оценке фитомассы деревьев (на примере *Picea L.*) // *Эко-потенциал*. – 2017. – № 1. – С. 22-39 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6502/1/eko-17-02.pdf>).
21. Усольцев В.А., Колчин К.В., Азаренок В.А. О возможностях применения всеобщих и региональных аллометрических моделей при оценке фитомассы деревьев ели // *Аграрный вестник Урала*. – 2017. – № 06 (160). – С. 33-37.

## References

1. Usoltsev V.A., Kolchin K.V., Malenko A.A. Smeshcheniya vseobshchikh allometricheskikh modeley pri lokalnoy otsenke fitomassy derevev listvennitsy // *Vestnik Altayskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*. – 2017. – № 4 (150). – S. 85-90.
2. Usoltsev V.A. Ob additivnykh modeleyakh biomassy derevev: neopredelennosti i popytka ikh analiticheskogo obzora // *Ekopotentsial*. – 2017. – № 2 (18). – S. 23-46 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/6550>).
3. Young, H.E., Strand, L., Altenberger R. Preliminary fresh and dry weight tables for seven tree species in Maine. Maine Agricultural Experiment Station Technical Bulletin 12. – 1964. – 76 p.

4. Kozak A. Methods for ensuring additivity of biomass components by regression analysis // *Forestry Chronicle*. – 1970. – Vol. 46 (5). – P. 402-404.
5. Parresol B.R. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparison // *Forest Science*. – 1999. – Vol. 45 (4). – P. 573-593.
6. Parresol B.R. Additivity of nonlinear biomass equations // *Canadian Journal of Forest Research*. – 2001. – Vol. 31 (5). – P. 865-878.
7. Bi H., Long Y., Turner J., Lei Y., Snowdon P., Li Y., Harper R., Zerihun A., Ximenes F. Additive prediction of aboveground biomass for *Pinus radiata* (D. Don) plantations // *Forest Ecology and Management*. – 2010. – Vol. 259. – P. 2301-2314.
8. Tang S., Zhang H., Xu H. Study on establish and estimate method of compatible biomass model // *Scientia Silvae Sinicae*. – 2000. – Vol. 36. – P. 19-27 (in Chinese with English abstract).
9. Dong L., Zhang L., Li F. A three-step proportional weighting system of nonlinear biomass equations // *Forest Science*. – 2015. – Vol. 61 (1). – P. 35-45.
10. Fu L., Lei Y., Wang G., Bi H., Tang S., Song X. Comparison of seemingly unrelated regressions with error-invariable models for developing a system of nonlinear additive biomass equations // *Trees*. – 2016. – Vol. 30 (3). – P. 839-857.
11. Usoltsev V.A. Forest biomass and primary production database for Eurasia. CD-version. The second edition, enlarged and reharmonized. – Yekaterinburg: Ural State Forest Engineering University, 2013 (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3059>).
12. Usoltsev V.A. *Biologicheskaya produktivnost lesoobrazuyushchikh porod v klimaticheskikh gradientakh Evrazii (k menezhmentu biosfernykh funktsiy lesov)*. – Ekaterinburg: Uralskiy gosudarstvennyy lesotekhnicheskiiy universitet, 2016. – 384 s. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/5634>).
13. Usoltsev V.A. *Formirovanie bankov dannykh o fitomasse lesov*. – Ekaterinburg: UrO RAN, 1998. – 541 s. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3224>).
14. Kurucz J. Component weights of Douglas-fir, western hemlock and western red cedar biomass for simulation of amount and distribution of forest fuels. – University of British Columbia, Forestry Department, M.F. Thesis, 1969. – 116 p.
15. Usoltsev V.A., Vorobeychik E.L., Bergman I.E. *Biologicheskaya produktivnost lesov Urala v usloviyakh tekhnogenogo zagryazneniya: Issledovanie sistemy svyazey i zakonornostey*. – Ekaterinburg: UGLTU, 2012. – 365 s. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/458>).
16. Usoltsev V.A., Chasovskikh V.P., Noritsin D.V. *Vozrastnaya dinamika i struktura fitomassy derevev eli i pikhty v lesakh Evrazii* // *Eko-potentsial*. – 2015. – № 4 (12). – S. 10-12 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/5224/1/Usoltsev.pdf>).
17. Burger H. *Der Kronenaufbau gleichaltriger Nadelholzbestande* // *Mitt. Schweiz. Anstalt Forstl. Versuchswesen*. – 1939. – Bd. 21. – H. 1. – S. 5-57.
18. Usoltsev V.A. *Fitomassa lesov Severnoy Evrazii: normativy i elementy geografii*. – Ekaterinburg: Izd-vo UrO RAN, 2002. – 762 s. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3302>).
19. Usoltsev V.A. *Fitomassa lesov Severnoy Evrazii: baza dannykh i geografiya*. – Ekaterinburg: Izd-vo UrO RAN, 2001. – 708 s. (<http://elar.usfeu.ru/handle/123456789/3280>).
20. Usoltsev V.A., Kolchin K.V., Voronov M.P. *Fiktivnye peremennye i smeshcheniya vseobshchikh allometricheskikh modeley pri lokalnoy otsenke fitomassy derevev (na primere Picea L.)* // *Eko-potentsial*. – 2017. – № 1. – S. 22-39 (<http://elar.usfeu.ru/bitstream/123456789/6502/1/eko-17-02.pdf>).
21. Usoltsev V.A., Kolchin K.V., Azarenok V.A. *O vozmozhnostyakh primeneniya vseobshchikh i regionalnykh allometricheskikh modeley pri otsenke fitomassy derevev eli* // *Agrarnyy vestnik Urala*. – 2017. – № 06 (160). – S. 33-37.

*Авторы выражают признательность кандидату физико-математических наук, старшему научному сотруднику Института леса им. В.Н. Сукачева СО РАН Григорию Борисовичу Кофману за критические замечания, высказанные в ходе подготовки рукописи.*

