

ТЕХНОЛОГИИ И СРЕДСТВА МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА



УДК 621.1.016.4

А.А. Багаев,
А.И. Багаев,
П.П. Зубов

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛООБМЕНА В ЭЛЕМЕНТНЫХ НАГРЕВАТЕЛЯХ ВОДЫ ДЛЯ СЕЛЬСКИХ ДОМОВЛАДЕНИЙ

Хорошо известным преимуществом использования электрических систем отопления и подготовки горячей воды на базе трубчатых элементных нагревателей (ТЭНов) является их безопасность, безинерционность, удобство пользования и, самое главное, возможность их полной автоматизации.

Эти обстоятельства предопределили достаточно широкое применение электродных в сельском хозяйстве для удовлетворения различного рода технологических и санитарно-гигиенических потребностей.

Перспективным направлением применения электрифицированного теплоэнергетического оборудования следует считать фермерские и личные подсобные хозяйства, дома усадебного типа и т.п.

В последнем случае появляется возможность интегрирования рассматриваемых технических средств в качестве подсистемы так называемой компьютеризированной системы «умный дом».

Вместе с тем производство ТЭНов в настоящее время осуществляется в соответствии с техническими условиями (ТУ), гарантийные сроки и сроки эксплуатации производителями зачастую не декларируются.

Основной причиной выхода ТЭНа из строя является превышение температуры как правило нихромового нагревательного элемента выше допустимой вследствие неудовлетворительных условий внешнего теплообмена с нагреваемой средой.

Условия теплообмена в системе «нагревательная спираль - внешняя оболочка ТЭНа - вода - окружающая среда» лимитируются, главным образом, процессами накипобразования и скоростью движения жидкости, воспринимающей тепловой поток от внешней поверхности ТЭНа.

Предприятия-производители водонагревателей с целью повышения срока эксплуатации элементных водонагревателей тратят значительные средства на исследовательские работы по повышению ремонтпригодности своей продукции и по предварительной подготовке воды (химическая и магнитная обработка).

Другим способом повышения эксплуатационного ресурса элементных водонагревателей является обеспечение принудительной циркуляции воды в замкнутой системе отопления с помощью насоса.

Вместе с тем стоимость существующего насосного оборудования с системой автоматического регулирования составляет до 30% от стоимости системы отопления.

Перспективным направлением в этой области является разработка магнито-гидродинамического насоса (МГД-насоса) для переноса проводящей жидкости, которой является вода [1].

При этом необходимо учитывать тот факт, что производительность МГД-насоса нелинейно зависит от его габаритно-массовых и стоимостных характеристик.

Практическая реализация предложенного принципа должна основываться на решении следующей тактической оптимизационной задачи: обеспечение минимально необходимой скорости движения теплоносителя, обеспечивающей требуемый теплообмен и срок службы спирали ТЭНов, при минимуме материальных и финансовых затрат на изготовление МГД-насоса.

Решение поставленной задачи невозможно без создания математической модели теплообмена в системе «нагревательная спираль ТЭНа – внешняя оболочка ТЭНа – вода – окружающая среда», ее решения и сопоставления с экспериментальными данными.

Наиболее полные математические модели процессов теплообмена в различных технических устройствах учитывают неравномерность пространственно-временных полей температур твердых тел и жидкостей, тепловых потоков и т.д. Такие модели представляют собой системы дифференциальных уравнений в частных производных, интегральных и интегродифференциальных уравнений таких как, например, уравнение теплопроводности [2]:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (1)$$

Однако сложная структура рассматриваемого устройства не позволяет непосредственно реализовать полную математическую модель в силу следующих причин. Главная трудность связана с объемом исходной информации, входящей в полную модель и требующей формулирования соответствующих граничных и начальных условий.

Вместе с тем решение многих технических задач не требует знания детали-

зированной информации о пространственных распределениях температур и позволяет воспользоваться таким основным методом проектирования сложных систем, каким является блочно-иерархический метод, в соответствии с которым сложная система может рассматриваться последовательно на разных уровнях иерархии с постепенно нарастающей степенью детализации [3].

Блочно-иерархический метод позволяет ввести в полную модель упрощения и рассчитывать интегральные характеристики процессов теплообмена системами алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений.

Такие модели названы моделями с сосредоточенными параметрами [4]. Один из вариантов подобной модели приведен на рисунке 1.

Модель описывает объекты следующих типов: N_T объемов-нагревателей мощностью P_i с равномерными во времени t температурными полями $T_i(t)$; N_l объемов-каналов (объемы между ТЭНами и между ТЭНами и корпусом водонагревателя) со среднеобъемными температурами T_i и средними температурами на входе и выходе из каналов $T_i^{Вх}$ и $T_i^{Вых}$ соответственно; N_C объемов-сред (воздух, вода на входе в нагреватель из системы отопления) с постоянными температурами T_K .

Источники теплоты обмениваются теплом друг с другом, теплоносителем и с окружающей средой.

Целесообразно выразить тепловые потоки, приходящие к нагревателю i от соседних нагревателей (P_{ij}^{HH}), от теплоносителя (P_{ii}^{HT}) и от окружающей среды (P_{iK}^{HC}) через разности их средних температур:

$$\begin{aligned} P_{ij}^{HH} &= \sigma_{ij}^{HH} (T_j - T_i); \\ P_{ii}^{HT} &= \sigma_{ii}^{HT} (T_i - T_i); \\ P_{iK}^{HC} &= \sigma_{iK}^{HC} (T_K - T_i), \end{aligned} \quad (2)$$

где σ_{ij}^{HH} , σ_{ii}^{HT} , σ_{iK}^{HC} – тепловые проводимости между нагревателями i и j , нагревателем i и теплоносителем (водой) l , нагревателем i и средой K соответственно. Тепловые проводимости представляют собой величины, обратные тепловым сопротивлениям.

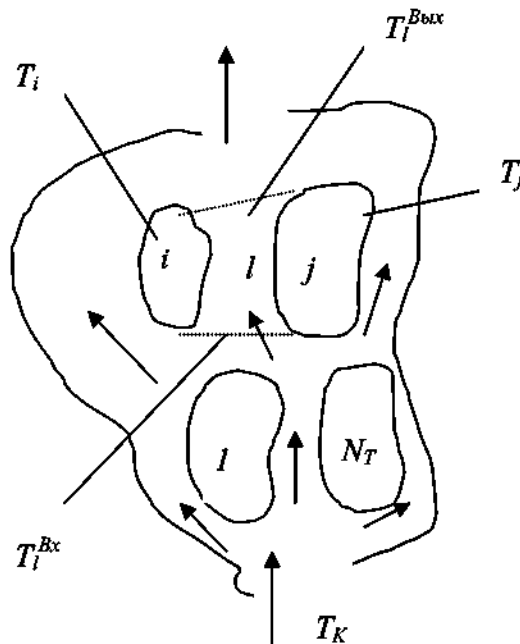


Рис. 1. Модель для расчета средних температур [4]

Мощность P_i , выделяющаяся в нагревателе i , расходуется на его нагрев и передается окружающим телам, теплоносителю и окружающей среде:

$$P_i = C_i^T \frac{dT_i}{dt} + \sum_{j=1}^{N_T} \sigma_{ij}^{HH} (T_i - T_j) + \sum_{l=1}^{H_i} \sigma_{il}^{HT} (T_i - T_l) + \sum_{K=1}^{N_C} \sigma_{iK}^{HC} (T_i - T_K) \quad (3)$$

$i = 1, \dots, N_T,$

где C_i^T – полные теплоемкости тел и объемов.

Тепловой поток от нагревателей передается теплоносителю объемом l , расходуется на его нагрев и выносится теплоносителем из этого объема:

$$\sum_{l=1}^{H_i} \sigma_{il}^{HT} (T_i - T_l) = C_i^K \frac{dT_l}{dt} + c_l G_l (T_l^{Bвых} - T_l^{Bx}), \quad (4)$$

где C_i^K – полная теплоемкость теплоносителя в объеме l ;

c_l – удельная теплоемкость;

G_l – массовый расход теплоносителя, протекающего через объем l .

Среднерасходная температура теплоносителя T_l^{Bx} на входе в l -тый канал может быть найдена из выражения

$$\left(\sum_{m=1}^{N_l} G_{ml} + \sum_{K=1}^{N_C} G_{Kl} \right) T_l^{Bx} = \sum_{m=1}^{N_l} G_{ml} T_m^{Bвых} + \sum_{K=1}^{N_C} G_{Kl} T_K, \quad (5)$$

где G_{ml} , G_{Kl} – массовые расходы теплоносителя, втекающего в l -той канал из m -того канала и K -той среды с постоянной температурой соответственно.

Связь средней температуры T_i с температурами T_l^{Bx} и $T_l^{Bвых}$ в общем случае описывается соотношением

$$T_i = f_i T_l^{Bвых} + (1 - f_i) T_l^{Bx}, \quad 0 \leq f_i \leq 1. \quad (6)$$

Подстановка выражений (6) и (5) в уравнения (3), (4) позволяет получить систему $(N_T + N_l)$ уравнений, неизвестными в которой являются температуры T_i ($i = 1, \dots, N_T$) и $T_l^{Bвых}$ ($l = 1, \dots, N_l$).

Полученная система обыкновенных дифференциальных уравнений дополняется начальными значениями температур

$$T_i |_{t=0} = T_{i0}, \quad T_l^{Bвых} |_{t=0} = T_{l0}. \quad (7)$$

Проводимости σ_{ij}^{HH} и σ_{iK}^{HC} , входящие в уравнения (3) и (4), могут быть рассчитаны известными методами [5].

Однако в контексте поставленной задачи особый интерес представляет тепловая проводимость σ_{il}^{HT} между нагревателем i и теплоносителем (водой) l , которую необходимо выразить через скорость движения воды v и учесть условия теплообмена.

Тепловая проводимость обратно пропорциональна термическому сопротив-

лению тепловому потоку r_T и прямо пропорциональна коэффициенту теплоотдачи α

$$\sigma = \frac{1}{r_i} = \alpha. \quad (8)$$

Коэффициент теплоотдачи в соответствии с теорией подобия при поперечном обтекании трубки диаметром d [6]

$$\alpha = Nu_{ж} \frac{\lambda}{d}, \quad (9)$$

где $Nu_{ж}$ – число Нуссельта;

λ – коэффициент теплопроводности, $м^2/с$.

Число Нуссельта определяется режимом движения теплоносителя [7]:

при $8 < Re_{ж} < 1 \cdot 10^3$

$$Nu_{ж} = 0,50 Re_{ж}^{0,5} Pr_{ж}^{0,38} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0,25}; \quad (10)$$

при $1 \cdot 10^3 < Re_{ж} < 2 \cdot 10^5$

$$Nu_{ж} = 0,25 Re_{ж}^{0,6} Pr_{ж}^{0,38} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_c} \right)^{0,25},$$

и определяется значением числа Рейнольдса

$$Re_{ж} = \frac{vd}{\mu_{ж}}, \quad (11)$$

где v – скорость потока теплоносителя, $м/с$;

$\mu_{ж}$ – кинематический коэффициент вязкости, $м^2/с$;

Pr – число Прандтля (индексы «Ж» и «С» означают, что соответствующие физические свойства воды выбираются по средней температуре набегающего потока T_i^{Bx} и температуре воды у стенки ТЭНа T_i).

Физические свойства воды при различных температурах можно найти в литературе [8].

Таким образом, полученная математическая модель в результате решения позволяет получить зависимости температур спирали ТЭНа, его поверхности и нагреваемой воды от скорости потока, выбрать оптимальные режимы движения теплоносителя и, в конечном итоге, минимизировать энергоматериальные затраты на разработку и изготовление магнитогидродинамического насоса для элементарных водонагревателей сельскохозяйственного назначения.

Библиографический список

1. Багаев А.А. Основы магнитогидродинамического переноса проводящей жидкости в синусоидальных электрическом и магнитном полях / А.А. Багаев, А.И. Багаев, П.П. Зубов // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. № 7. С. 45-48.
2. Миндин Г.Р. Электронагревательные трубчатые элементы / Г.Р. Миндин. Л., 1960.
3. Норенков И.П. Введение в автоматизированное проектирование технических устройств и систем / И.П. Норенков. М., 1980.
4. Дульнев Г.Н. Применение ЭВМ для решения задач теплообмена / Г.Н. Дульнев, В.Г. Парфенов, А.В. Сигалов. М., 1990.
5. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена / С.С. Кутателадзе. М., 1979.
6. Краснощеков Е.А. Задачник по теплопередаче / Е.А. Краснощеков, А.С. Сукомел. М., 1980.
7. Исаченко В.П. Теплопередача / В.П. Исаченко, В.А.Осипова, А.С. Сукомел. М., 1963.
8. Вукалович М.П. Таблицы термодинамических свойств воды и водяного пара / М.П. Вукалович. М., 1963.

