

Оценка эффективности процесса вибропневмосортирования проводилась на парусном классификаторе. Известно, что используя разность в скорости витания составных частей смеси, можно выделить из основной культуры полову, кусочки соломы, щуплые и битые семена сорняков, а также с помощью воздушного потока отсортировать лёгкие семена от тяжёлых.

Функционально пневмосортировальный стол разделяет зерновой материал по комплексу физико-механических свойств, где плотность является доминирующим свойством. Опыты показали, что при разделении ячменя после МОС-9Н по аэродинамическим свойствам в смеси находятся только тяжёлые частицы, имеющие скорость витания в пределах 8-10,5 м/с (рис. 2).

Интегральная кривая распределения для каждого из исследуемых образцов показывает относительное количество зерновой смеси в зависимости от скорости воздушного потока.

Важными показателями качества семенного зерна являются: масса 1000 семян ячменя, которая составила 52 г, натура зерна – 700 г/л.

Выводы

Полученные результаты эффективности работы поточной линии показывают, что за один пропуск можно получить семена посевного стандарта, соответствующие нормам РС ГОСТ Р 52325-2005, даже при вышеуказанной засоренности исходного материала трудноотделимыми примесями.

При разработке новых технологий послеуборочной обработки зерна и семян нужно обязательно включать машины окончательной очистки, то есть технологии должны иметь сортировальные отделения.

Библиографический список

1. Стрикунов Н.И. Очистка зерна и семян. Машины и технологии: учебное пособие / Н.И. Стрикунов, В.И. Беляев, Б.Т. Тарасов. – Барнаул: Изд-во АГАУ, 2007. – 131 с.
2. Тарасенко А.П. Современные машины для послеуборочной обработки зерна и семян: учебное пособие для вузов / А.П. Тарасенко. – М: КолосС, 2008. – 232 с.
3. Цециновский В.М. Методы оценки технологического эффекта сепарирования / В.М. Цециновский // Сб. науч. тр. / ВНИИЗ. – М., 1963. – Вып. 44. – С. 77-94.



УДК 631.3.001

**И.Я. Федоренко,
А.С. Федоренко**

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ В СИСТЕМАХ С СУХИМ ВИБРОПРЕОБРАЗОВАННЫМ ТРЕНИЕМ

Ключевые слова: вибрация, просеивание, дозирование, транспортирование, нелинейные дифференциальные уравнения, метод энергетического баланса, условный оптимум, множители Лагранжа.

Введение

Системы с преобразованием сухого трения при действии вибрации широко используются в технологических процессах просеивания, дозирования и транспорти-

рования различных сельскохозяйственных материалов. Суть преобразования трения состоит в том, что фрикционному контакту сообщается вторая (часто дополнительная) степень свободы в его плоскости и некоторое дополнительное воздействие в этом направлении. В результате основному движению противодействует уже не вся сила сухого трения, а ее составляющая, которая может быть много меньше самой силы [1, 2].

Моделирование процессов преобразования трения при вибрациях

Стандартной моделью систем с вибропреобразованным трением является модель плоской частицы на вибрирующей в своей плоскости шероховатой поверхности, которая слегка наклонена к горизонту (рис. 1). При отсутствии колебаний частица остается неподвижной, при появлении вибраций поверхности частица сползает вниз, что объясняется уменьшением трения в направлении линии наибольшего ската плоскости.

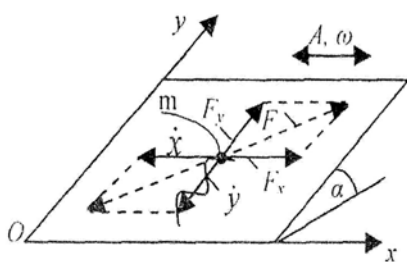


Рис. 1. Расчетная схема движения частицы

Рассмотрим вопросы целенаправленного управления движением частицы, что диктуется оптимальным ведением того или иного технологического процесса.

Плоскость совершает колебания по закону:

$$\eta = A \sin(\omega t + \delta), \quad (1)$$

где A, ω – амплитуда и угловая частота колебаний;

δ – угол сдвига фаз между движением плоскости и частицы.

Дифференциальные уравнения движения частицы записываются в виде [1, 2]:

$$\begin{cases} \ddot{x} + fg \cos \alpha \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = A\omega^2 \sin(\omega t + \delta); & (2) \\ \ddot{y} + fg \cos \alpha \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = g \sin \alpha; & (3) \\ \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \neq 0, & (4) \end{cases}$$

где f – коэффициент трения между частицей и плоскостью;

α – угол наклона плоскости к горизонту;

g – ускорение свободного падения.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{1}{A\omega^2} &= p; \quad q = \frac{1}{fg \cos \alpha}; \\ \frac{fg \cos \alpha}{\alpha \omega^2} &= \mu; \quad \frac{g \sin \alpha}{fg \cos \alpha} = \frac{tg \alpha}{f} = \varepsilon. \end{aligned} \quad (5)$$

С их учетом уравнения (2) и (3) примут вид:

$$\begin{cases} p\ddot{x} + \mu \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = \sin(\omega t + \delta); & (6) \\ q\ddot{y} + \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = \varepsilon; & (7) \end{cases}$$

$$\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \neq 0. \quad (8)$$

Для решения уравнений (6) и (7) применим метод линеаризации на основе принципа энергетического баланса. Идея этого метода состоит в данном случае в том, чтобы нелинейные диссипативные члены заменить линейными, приняв при этом, что средние (за период колебаний) мощности, развиваемые реальной и линеаризованной силами трения, равны [3].

Речь идет, таким образом, о преобразовании:

$$\mu \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \rightarrow \beta \dot{X}; \quad \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \rightarrow \gamma \dot{Y}, \quad (9)$$

где β, γ – коэффициенты линеаризации;

X, Y – новые (усредненные) переменные.

Коэффициенты линеаризации, следовательно, должны отыскиваться из выражений:

$$\frac{\mu \omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\dot{x}^2 dt}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = \frac{\beta \omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{X}^2 dt; \quad (10)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{\dot{y}^2 dt}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} = \frac{\gamma \omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \dot{Y}^2 dt. \quad (11)$$

Для получения явных зависимостей $\dot{X}(t)$ и $\dot{Y}(t)$ рассмотрим вид линеаризованных уравнений:

$$\begin{cases} p\ddot{X} + \beta \dot{X} = \sin(\omega t + \delta); & (12) \\ q\ddot{Y} + \gamma \dot{Y} = \varepsilon. & (13) \end{cases}$$

Это известные в технике и математике уравнения. Общий вид первых интегралов (для стационарного движения) тоже известен:

$$\dot{X} = a\omega \cos \omega t; \quad (14)$$

$$\dot{Y} = V = const, \quad (15)$$

где a – амплитуда проскальзывания частицы относительно плоскости;

V – средняя скорость движения частицы вдоль оси Y .

С некоторой погрешностью можно положить, что зависимости $\dot{x}(t)$ и $\dot{y}(t)$ даются также формулами (14) и (15). При таком подходе интегралы в выражениях (10) и (11) относительно легко вычисляются:

$$I_1 = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{x^2 dt}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{(a\omega)^2 \cos^2 \omega t d(\omega t)}{\sqrt{(a\omega)^2 \cos^2 \omega t + V^2}} = \frac{4a}{k} [E(k) - (1-k^2)K(k)];$$

$$I_2 = \int_0^{2\pi/\omega} \dot{x}^2 dt = a^2 \omega \int_0^{2\pi/\omega} \cos^2 \omega t d(\omega t) = \pi a^2 \omega;$$

$$I_3 = \int_0^{2\pi/\omega} \frac{y^2 dt}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{V^2 d(\omega t)}{\sqrt{(a\omega)^2 \cos^2 \omega t + V^2}} = \frac{4V}{a\omega^2} kK(k);$$

$$I_4 = \int_0^{2\pi/\omega} \dot{y}^2 dt = a^2 \omega \int_0^{2\pi/\omega} V^2 dt = 2\pi \frac{V^2}{\omega},$$

где $K(k)$, $E(k)$ – полные эллиптические интегралы с модулем k .

Модуль k в данном случае определяется выражением:

$$k = \frac{1}{\sqrt{1+(Sh)^2}}, \quad (16)$$

где $Sh = V/a\omega$ – число Струхала.

Подставляя полученные интегралы в выражения (10) и (11), определяем коэффициенты линеаризации:

$$\beta = \frac{4}{\pi k a \omega} \mu [E(k) - (1-k^2)K(k)]; \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{2}{\pi k V} Sh K(k). \quad (18)$$

В выражениях (12) и (18) неизвестно значение числа Струхала Sh . Оно находится из дополнительного условия, которое вытекает из усредненного уравнения (13).

Для стационарного случая $\ddot{Y} \equiv 0, \dot{Y} \equiv V$, поэтому:

$$\gamma V = \varepsilon, \text{ или } \frac{2}{\pi k} Sh K(k) = \varepsilon. \quad (19)$$

Это выражение аппроксимируется простой формулой:

$$\varepsilon = 0,834\sqrt{Sh}, \text{ или } Sh = 1,438\varepsilon^2, \quad (20)$$

которая при $Sh < 1$ с погрешностью около 1% заменяет исходное уравнение (19).

В различных технологических расчетах чаще всего необходимо знание величин a и V . Поэтому далее получим требуемые формулы, используя методику [4] для решения подобного рода задач. Даем эти формулы без вывода:

$$a = A \sqrt{1 - \left\{ \frac{4}{\pi k} \mu [E(k) - (1-k^2)K(k)] \right\}^2}; \quad (21)$$

$$V = a\omega Sh.$$

Последнюю формулу можно записать в виде:

$$V = 1,438A\omega\varepsilon^2 \sqrt{1 - \left\{ \frac{4}{\pi k} \mu [E(k) - (1-k^2)K(k)] \right\}^2}. \quad (22)$$

Методы оптимизации движения

Учитывая, что модуль k в конечном счете зависит от $\varepsilon = tg \alpha / f$, то конста-

тируем, что движением частицы в данной системе можно управлять с помощью четырех параметров: $A, \omega, \mu, \varepsilon$. Они характеризуют собой кинематические (A, ω), геометрические (a) и технологические (f) факторы, а в целом дают богатые возможности для достижения движений с требуемыми свойствами. Какие это свойства – зависит от конкретного назначения системы.

Кроме этого, в зависимости от назначения системы могут появляться различные оптимальные задачи, в том числе с ограничениями в виде неравенств. Рассмотрим в качестве примера одну такую задачу, касающуюся функционирования сепарирующего устройства. Если рассматривать только кинематические факторы, то задача формулируется следующим образом.

Необходимо обеспечить минимальные энергозатраты в системе:

$$N(a, \omega, V) \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

1) $a \geq b/2$ (т.е. размах проскальзывания частицы должен быть больше расстояния между двумя смежными отверстиями решета);

2) $\omega \geq \omega_1$ (диктуется техническими возможностями привода).

Рассеиваемая средняя мощность за один период колебаний определяется выражением:

$$N = FV = mgf \cos \alpha \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} dt.$$

Вычисляя интеграл, будем иметь:

$$N = \frac{2}{\pi} mgf \cos \alpha E(k) \sqrt{(a\omega)^2 + V^2}.$$

Представляя вместо V ее значение из уравнения связи, получим:

$$N(a\omega) = \frac{2}{\pi} mgf \cos \alpha E(k) \sqrt{1 + 2,068\varepsilon^4} a\omega.$$

Обозначая постоянные величины

$$\frac{2}{\pi} mgf \cos \alpha E(k) \sqrt{1 + 2,068\varepsilon^4} = C,$$

переформулируем нашу задачу на условный (с учетом ограничений) оптимум.

Итак, будем иметь:

$$N(a\omega) = C a\omega \rightarrow \min; \quad (23)$$

$$\frac{b}{2} - a \leq 0; \quad \omega_1 - \omega \leq 0. \quad (24)$$

Отсюда функция Лагранжа примет вид:

$$R = c_1 a\omega + \lambda_1 \left(U_1^2 + \frac{b}{2} - a \right) + \lambda_2 (U_2^2 + \omega_1 - \omega), \quad (25)$$

где λ_1, λ_2 – множители Лагранжа;

U_1^2, U_2^2 – так называемые ослабляющие переменные [5].

Для существования минимума этой функции необходимо выполнение условий Куна-Такера:

$$\frac{\partial R}{\partial a} = c_1 \omega - \lambda_1 = 0; \quad \frac{\partial R}{\partial \omega} = c_1 a - \lambda_2 = 0;$$

$$\frac{b}{2} - a \leq 0; \quad \omega_1 - \omega \leq 0;$$

$$\lambda_1 \left(\frac{b}{2} - a \right) = 0; \quad \lambda_2 (\omega_1 - \omega) = 0;$$

$$\lambda_1 \geq 0; \quad \lambda_2 \geq 0.$$

Решение этой системы уравнений и неравенств приводит к результату:

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{b}{2}; \quad \omega^* = \omega_1; \\ \lambda_1^* &= c_1 \omega; \quad \lambda_2^* = c_1 a. \end{aligned} \quad (26)$$

Минимальная мощность определяется формулой:

$$N_{\min} = c_1 \omega_1 b/2. \quad (27)$$

Эти результаты иллюстрирует рисунок 2.

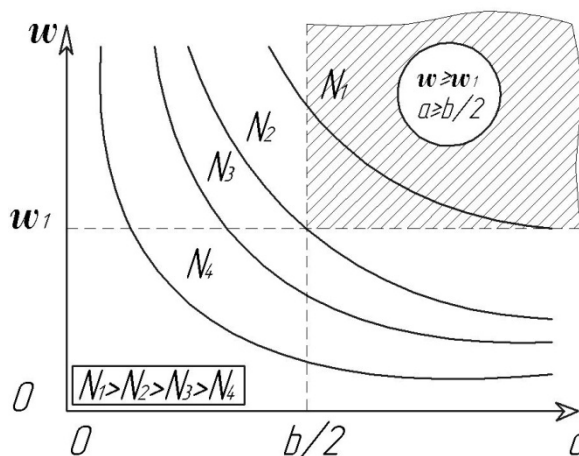


Рис. 2. Линии равного уровня для мощности N и зона отсутствия ограничений (заштрихована)

Из рисунка 2 следует, что любая другая кривая, кроме N_2 (a^*, ω^*), или не попадает в разрешенную зону (N_3, N_4), или выше по энергетическому уровню (N_1).

Рассмотренная задача оптимизации, конечно, не очень сложна, а результат изначально понятен. Тем не менее она наглядно показывает, что к вибропреобразованным системам можно успешно применять классические методы условной оптимизации.

Выводы

1. Полученные формулы (21) и (22) рекомендуются для использования в различных технологических расчетах систем с вибропреобразованным сухим трением. Погрешность формулы (22) в сравнении с численным решением исходных уравнений не превышает 1-3%.

2. Рассмотрены возможности формирования требуемых свойств движения обрабатываемого материала с помощью изменения кинематических, геометрических и технологических факторов. Показана возможность использования метода неопределенных множителей Лагранжа вкуче с условиями Куна-Такера для решения оптимизационных задач в системах с вибропреобразованным трением.

Библиографический список

1. Андронов В.В. Вибрационное перемещение вдоль плоскости, колеблющейся перпендикулярно линии наибольшего ската / В.В. Андронов, Р.Ф. Нагаев // МТТ. – 1976. – № 1. – С. 28-33.
2. Федоренко И.Я. Вибрируемый зернистый слой в сельскохозяйственной технологии: монография / И.Я. Федоренко, Д.Н. Пирожков. – Барнаул: Изд-во АГАУ, 2006. – 166 с.
3. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
4. Федоренко И.Я. Перемещение частицы по поперечно вибрирующей шероховатой плоскости / И.Я. Федоренко // Машинно-технологическое, энергетическое и сервисное обслуживание сельскохозяйственных производителей Сибири: матер. Междунар. науч.-практ. конф. – Россельхозакадемия. Сибирское отделение. ГНУ СибИМЭ. – Новосибирск, 2008. – С. 548-554.
5. Банди Б. Методы оптимизации. Вводный курс / Б. Банди; пер. с англ. Б. Банди. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

