

СИНТЕЗ ОБЩЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СПЕКТРАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОТРАЖЕНИЯ РАСТИТЕЛЬНОСТИ НА УЧАСТКЕ ПЕРЕХОДА В КОНЦЕ КРАСНОЙ ЗОНЫ

Ключевые слова: отражение, растительность, математическая модель, хлорофилл, спектр.

Хорошо известно, что содержание хлорофилла в кроне растений является одним из показателей таких характеристик физиологического состояния вегетации, как способность фотосинтеза, этап развития, продуктивность и стресс. Вместе с тем, как указывается в [1], распределение хлорофилла в пределах кроны определенного массива растительности изменяется во времени и по трехмерному пространству. С учетом вышесказанного экстраполяция результатов исследований отдельных деревьев или ветвей тем или иным способом для оценки целой группы или массива деревьев часто приводит к результатам, отличающимся от практических результатов дистанционного зондирования этой же группы или массива растительности в определенном спектральном участке.

Однако, как отмечается в работе [2], зондирование вегетации с расстояния и анализ данных целого массива растительности также обладают определенной погрешностью. Дело в том, что изменчивость количества хлорофилла в листьях растений приводит к различиям в спектральных характеристиках отражения растения, которые к тому же подвержены некоторым внешним воздействиям почвы, атмосферы, конфигурации кроны и т.д.

Таким образом, логическая последовательность исследований, включающая (1) исследование спектра отражения и поглощения (2), определение содержания хлорофилла по результатам (1), оказывается малопродуктивной для обобщения этих результатов на растительные массивы.

Вместе с тем следует отметить, что до сих пор ставились и решались задачи спектрального анализа основных показателей растений путем ввода различных вегетационных индексов. Однако диалектика общего развития подсказывает нам неразрывность таких методов исследования, как анализ и синтез, и на определенном этапе развития методов анализа, спонтанно или целенаправленно ставятся и решаются задачи синтеза, логически обратные в отношении задач анализа. Временная задержка между моментами появления, казалось бы, взаи-

мозванных методов анализа и синтеза в основном определяется глубиной анализа и обобщения существующих методов анализа, применяемых в конкретных областях исследований.

Отметим, что эмпирическая взаимосвязь между показателями края красной зоны и содержанием хлорофилла известна [3, 4]. Широко известен эффект смещения края красной зоны спектра отражения в область коротких длин волн при увядании растительности под воздействием различных факторов стресса. Например, в работе [5] указывается случай, когда рост содержания хлорофилла от 18 до 66 $\mu\text{г} \cdot \text{см}^{-2}$ привел к смещению края красной зоны спектра от 695 до 721 нм.

Несколько подробно рассмотрим результаты исследования взаимосвязи «край красной зоны спектра – общее содержание хлорофилла», изложенные в работе [1]. В результате исследований ветвей растительности из шестнадцати разных участков с помощью спектрорадиометра SE 590 и дальнейшего лабораторного анализа была изучена регрессионная зависимость содержания хлорофилла от позиции края красной зоны. Результаты проведенных исследований показаны на рисунке 1.

Как видно из графиков, приведенных на рисунке 1, при увеличении содержания хлорофилла в растениях, позиция края красной зоны смещается вправо. В общем случае в работе [1] получено следующее регрессионное уравнение между содержанием хлорофилла (Chl) и позицией красной зоны (x):

$$Chl(\text{мг}) = -3510,43 + 5,07 \cdot x(\text{нм}). \quad (1)$$

Следует отметить, что в некоторых случаях исследования растительности в качестве аргумента рассматривается не та длина волны, где производная кривой перехода в конце красной зоны максимальна, а конкретно величина производной в зоне перехода. Например, в работе [2] изложены результаты исследования зависимости содержания хлорофилла в листьях кукурузы и соевых. На рисунке 2 приведен график линейной регрессии между содержанием хлорофилла и параметром:

$$x_1 = \left(\frac{R_{750-800}}{R_{710-730}} \right) - 1, \quad (2)$$

где $R_{750-800}$ – разность отраженных радиаций на длинах волн 750 и 800 нм;

$R_{710-730}$ – разность отраженных радиаций на длинах волн 710 и 730 нм.

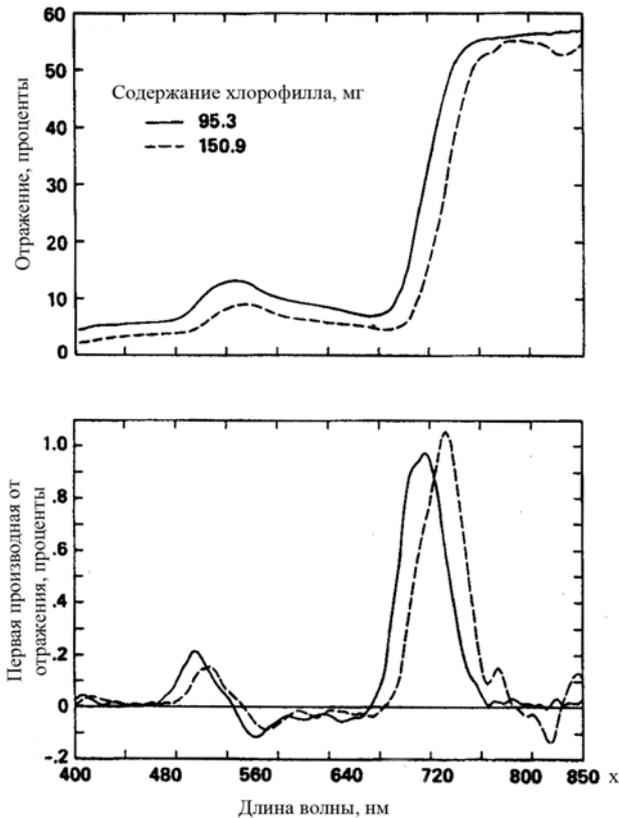


Рис. 1. Спектр отражения (а) и производный спектр отражения части растительности при разных величинах содержания хлорофилла (б)

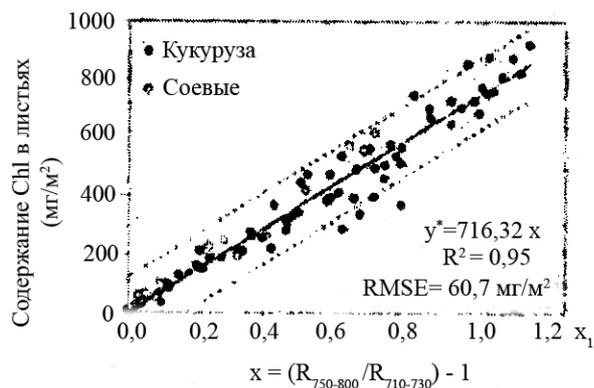


Рис. 2. График линейной регрессии

Уравнение регрессии, полученное в (2), имеет следующий вид:

$$Chl (мг) = 716,32 x_1. \quad (3)$$

С учетом

$$x_1 = \frac{C}{\Delta R_{710-730} / \Delta \lambda} - 1,$$

где $C = \frac{\Delta R_{750-800}}{\Delta \lambda} = const$,

а также $\Delta \lambda = (710 - 730)$, выражение (3) перепишем как

$$Chl (мг) = 716,32 \cdot \frac{C}{\Delta R_{710-730} / \Delta \lambda} - 1. \quad (4)$$

Для составления дифференциального уравнения в первом приближении примем

$$\frac{\Delta R_{710-730}}{\Delta \lambda} = C_1 \cdot \frac{dR_{710-730}}{dx}, \quad (5)$$

где $C_1 = const$, т.е. допускаем, что средняя величина произвольной $\frac{\Delta R}{\Delta \lambda}$ прямо пропор-

циональна $\frac{dR}{dx}$.

Поравняв левые стороны выражений (1) и (4), получим

$$-3510,43 + 5,07x = \frac{716 \cdot C}{C_1 \cdot \frac{dR}{dx}}$$

или
$$\frac{dR_{710-730}}{dx} = \frac{A_1}{A_2x - A_3}, \quad (6)$$

где $A_i, i = \overline{1,3} = const$.

Решение (6) имеет следующий вид:

$$\int_{a_1}^R dR_{710-730} = \int_{\lambda}^x \frac{A_1 dx}{A_2x - A_3}. \quad (7)$$

Решение (7) запишем в следующем виде:

$$\int_{a_1}^R dR_{710-730}(x) = \frac{1}{A_2} \int_{\lambda_0}^x \frac{Ad(A_2x - A_3)}{A_2x - A_3}. \quad (8)$$

Интегрирование выражения (8) осуществляется следующим образом:

$$R_{710-730}(x) - R_{710-730}(a_1) = \frac{1}{A_2} [\ln |A_2x - A_3| - \ln |A_2\lambda_0 - A_3|]. \quad (9)$$

Выражение (9) запишем в следующем виде:

$$R_{710-730}(x) = R_{710-730}(a_1) + \frac{1}{A_2} \ln \left| \frac{A_2x - A_3}{A_2\lambda_0 - A_3} \right|. \quad (10)$$

Таким образом, из выражения (10) следует, что в предлагаемой модели спектральной характеристики отражения вегетации на участке края красной зоны существует логарифмическая функциональная зависимость между длиной волны, где крутизна спектральной кривой максимальна, и амплитудой скачка кривой спектра в этой же зоне.

Заметим, что построенная здесь модель в основном базируется на результатах экспериментальных исследований, изложенных в [1-5], и допускает лишь одно предположение (5) о пропорциональности приращений $R_{710-730}$ по λ и по x . Полученная модель (10) может быть использована для определения значения x по величине $R_{710-730}(x)$ и, наоборот, для определения $R_{710-730}(x)$ по значениям x .

В заключение сформулируем основные выводы и положения проведенного исследования:

1. Проанализированы результаты существующих экспериментальных исследований зависимости содержания хлорофилла в растениях от показателей края красной зоны спектра.

2. На основе проведенного анализа построена математическая модель зависимости позиции края красной зоны от величины скачка спектральной характеристики.

Библиографический список

1. Curran P.J., Dungan J.L., Gholz H.L. Exploring relationship reflectance red edge and chlorophyll content in slash pine. <http://treephys.oxfordjournals.org/> by quest on February, 18, 2012.

2. Gitelson A.A., Vina A., Ciganda V., Rundquist D.C., Arkebauer T.J. Remote estimation of canopy chlorophyll content in crops // Geophysical Research Letters, 2005. – Vol. 32. – L08403, doi: 10.1029/2005GL22688.

3. Gates D.M. Biophysical ecology. Springer-Verlag, New York, 1980.

4. Howard J.A., Watson R.D., Hessin T.D. Spectral reflectance properties of Pinus ponderosa in relation to the copper content of the soil, Malachite Mine, Colorado. Proc. 7th Int. Symp. Remote Sensing of Environment. Univ. Michigan, Ann Arbor, pp. 285-296.

5. Dockray M. Verification of a new method for determining chlorophyll concentration in plants by remote sensing. M.Sc. Thesis, Imperial Coll. Sci. and Technol., Univ. London.

