УДК 631.363.28

И.Я. Федоренко

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ ТЕОРИЯ ПРЕССОВАНИЯ КОРМОВ

Ключевые слова: *прессование, тюки, гранулы, брикеты, основной закон прессования, эмпирические коэффициенты, удельные затраты энергии.*

Введение

Анализу процесса прессования кормов (в тюки, гранулы, брикеты) посвящено большое количество работ. Подробный анализ и критика известных зависимостей этого процесса приведены в работе профессора В.И. Особова [1, 2]. Им же предложена новая зависимость давления *р* от плотности ρ прессуемого материала в виде

$$p = C \cdot \exp[a(\rho - \rho_0) - 1], \qquad (1)$$

где ρ_0 – начальная плотность материала;

С, а – эмпирические коэффициенты, характеризующие технологические свойства кормов.

Зависимость (1) получила широкую известность, вошла в некоторые учебники. Тем неменее некоторые сомнения в адекватном описании реальных кривых прессования данной зависимостью остаются, что обусловлено следующим:

1) исходное дифференциальное уравнение

$$\frac{dp}{d\rho} = ap + в, \qquad (2)$$

где *а, в* – постоянные коэффициенты обосновано лишь фразой «Накопленный опыт даёт основание полагать...»;

2) коэффициент *С* имеет размерность давления:

С = *р* при $\exp[a(\rho - \rho_0)] - 1$, т.е. при

$$\rho_{C=p} = \rho_0 + \frac{ln\,2}{a}. \qquad (3)$$

Отсюда следует, что коэффициенты *а* и *С* связаны функциональной зависимостью. Это объяснимо, поскольку авторы [1] определили коэффициент *С* отношением

$$C = \frac{в}{a}, \qquad (4)$$

т.е. коэффициенты *а* и *С* связаны обратной пропорциональной зависимостью.

По иному, пусть мы имеем два материала (обозначим их 1 и 2) с попарно одинаковыми значениями $a_1 = a_2 = a$ и $\rho_{01} = \rho_{02} = \rho_0$. Тогда с неизбежностью следует (см. зависимости (3), что $C_1 = C_2 = C$.

Это не соответствует реальным компрессионным характеристикам растительного сырья, отличающимся большим разнообразием свойств;

3) более правильной записью зависимости (1) является выражение

$$p = \frac{в}{a} \cdot exp[a(\rho - \rho_0) - 1],$$

в котором коэффициенты *а* и *в* действительно независимы.

Но в этом случае формула становится сложной для практических расчетов (коэффициент *а* встречается в двух местах), а физический смысл коэффициента *в* с размерностью удельной работы (Дж/кг) трудно объясним.

От этих недостатков свободна, как мы полагаем, излагаемая ниже теория. Целью является изложение теории прессования, в полной мере отвечающей механико-технологической сути процесса и адекватно отображающей экспериментальные данные.

Объекты и методы исследования

Будем изначально оперировать понятием относительного приращения плотности прессуемого слоя растительного материала:

$$z = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0}. \qquad (6)$$

Если построить экспериментальную кривую прессования в координатах *p-z*, то это будет монотонно возрастающая функция (рис. 1).

С ростом величин *p* и *z* увеличиваются отношения $\Delta p / \Delta z$ и p / z. Следовательно, можно предполагать в первом приближении прямую пропорциональную зависимость между этими соотношениями, т.е.

$$\frac{\Delta p}{\Delta z} \approx m \frac{p}{z},$$

где m – коэффициент пропорциональности.

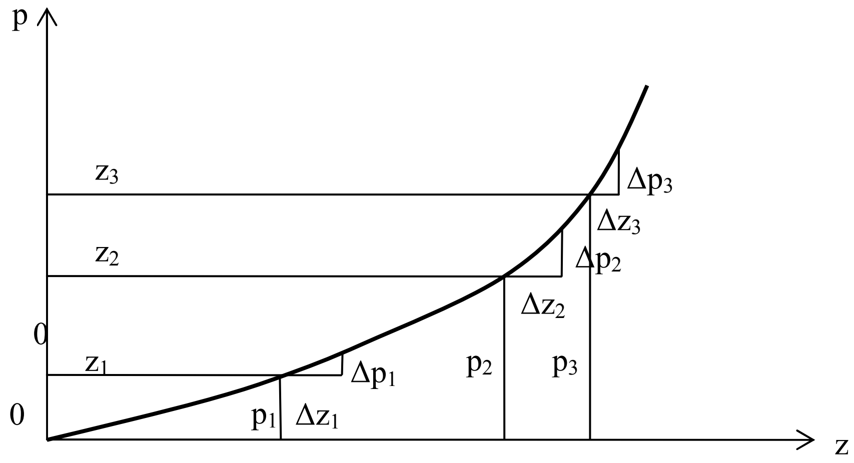

Рис. 1. Вид кривой прессования слоя растительного материала

Совершив предельный переход: $\Delta p \to dp$, $\Delta z \to dz$, получим дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{dp}{dz} = m\frac{p}{z}. \tag{7}$$

Разделяя переменные и интегрируя, получим

$$ln\, p = m\, ln\, z + ln\, C,$$

где *C* – постоянная интегрирования.

Потенцирование приводит к основному уравнению прессования, выраженному в степенной форме

$$P = Cz^m, \tag{8}$$

где *C* и *m* – коэффициенты, характеризующие в конечном счете технологические свойства прессуемого материала.

Коэффициент *m* имеет безразмерный вид и характеризует форму кривой прессования. Коэффициент C имеет размерность давления (МПа). Численно он равен давлению, потребному для достижения относительного приращения плотности *z = 1* (т.е. $\rho = 2\rho_0$).

Таким образом, все входящие в уравнение прессования величины имеют четкий физический смысл, легко интерпретируются, определяются или вычисляются.

Наличие двух коэффициентов *C* и *m* позволяет аппроксимировать экспериментальные данные в виде кривой прессования для любых кормов.

Кривая прессования слоя материала может быть построена и в других координатах. Для пояснения этого обратимся к рисунку 2.

На рисунке 2 обозначено: *x* – текущее перемещение поршня (штемпеля); l_0 – начальная толщина слоя прессуемого материала.

На основе данной схемы можно получить следующие соотношения:

$$z = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} = \frac{x}{l_0 - x} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}, \tag{9}$$

где $\varepsilon = x / l_0$ – относительная деформация слоя материала (в смысле, приданном в курсе сопротивления материалов).

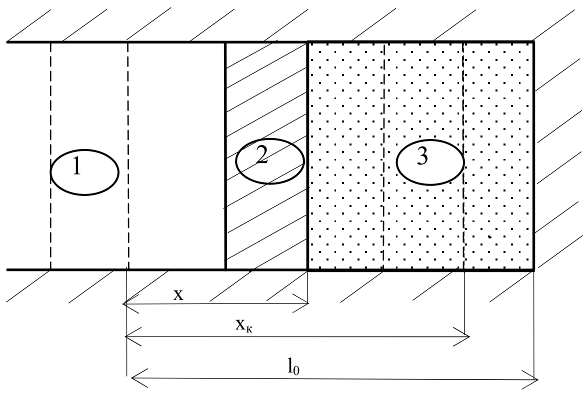

Рис. 2. Схема прессования в закрытой камере: 1, 2, 3 — соответственно, начальное, промежуточное и конечное положение поршня (штемпеля)

Величину $\varepsilon = x / l_0$ также можно назвать относительным перемещением поршня.

Интересно построить кривую прессования в координатах $p - \varepsilon$ (рис. 3).

Кривую с коэффициентами *C = 1 МПа*, *m = 1* можно назвать кривой прессования модельного материала. Даже при *m = 1* эта кривая носит нелинейный характер, характерный для процессов прессования растительных материалов. Изменением коэффициентов *C* и *m* всегда можно подобрать кривую, аппроксимирующую экспериментальные данные с приемлемой для инженерной практики погрешностью. На рисунке 3 в качестве примера приведены кривые прессования овсяной и пшеничной соломы.

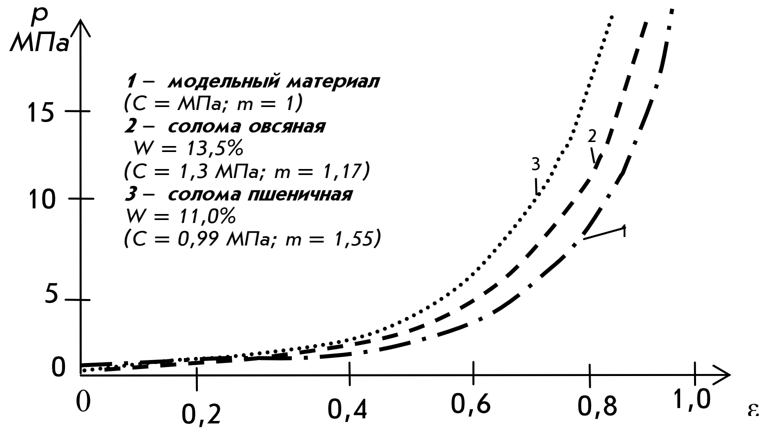

Рис. 3. Кривые прессования в координатах $p-\varepsilon$

Сопоставление с известными экспериментальными данными показывает, что погрешность аппроксимации нашей формулой не превышает 6-8%, что сравнимо с погрешностью экспериментов. Поэтому трудно указать, чем это погрешность обусловлена: погрешностью аппроксимации или погрешностью опытов.

Практическое использование полученных результатов

При различных расчетах процесса прессования требуется определение затрат энергии для достижения заданной (конечной) плотности $\rho_к$ спрессованного образца корма.

Для этого запишем давление в функции перемещения штемпеля *x*

$$p = C\left(\frac{x}{l_0 - x}\right)^m . \qquad (10)$$

Соответственно, общее усилие *P* на поршне составит величину:

$$P = SC\left(\frac{x}{l_0 - x}\right)^m , \qquad (11)$$

где *S* – площадь поршня (т.е. площадь поперечного сечения камеры прессования).

Поршень, переместившись со своего начального положения *x = 0* до конечного *x = x*$_к$, совершает общую работу A_1 (это затраты энергии на формирование одного образца спрессованного материала):

$$A_1 = SC\int_0^{x_к}\left(\frac{x}{l_0 - x}\right)^m dx . \qquad (12)$$

При переходе к переменной $\varepsilon = x / l_0$ следует учесть, что $dx = l_0 d\varepsilon$; $x_к = l_0 \cdot \varepsilon_к$. Тогда получим

$$A_1 = SCl_0\int_o^{\varepsilon_к}\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^m d\varepsilon . \qquad (13)$$

Удельные энергозатрат *А* (кДж/кг) можно отыскать, разделив A_1 на массу одного брикета $m = Sl_o\rho_o$:

$$A_{1уд} = \frac{C}{\rho_0}\int_0^{\varepsilon_к}\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^m d\varepsilon . \qquad (14)$$

Интеграл $I(m,\varepsilon_к) = \int_o^{\varepsilon_к}\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)^m d\varepsilon \qquad (15)$

при произвольном *m* вычисляется только численно, например, при помощи программы Mathcad.

Значения *I* в зависимости от *n* и $\varepsilon_к$ приведены в таблице.

Выражение (14) определяет удельные затраты A_1 на сжатие слоя кормового материала. Большинство кормовых процессов имеют открытую прессовальную камеру. Следовательно, нужно учесть еще затраты энергии A_2 на продвижение всей ранее спрессованной массы материала на расстояние $l_0 - x_к$ (рис. 2). С некоторым приближением может записать:

$$A_2 = P_{max}(l_0 - x_к); \qquad (16)$$

$$A_2 = SC\left(\frac{x_к}{l_0 - x}\right)^m (l_0 - x_к) . \qquad (17)$$

Удельные затраты энергии по этой формуле составляющей, найдем, разделив A_2 на массу одного спрессованного образца:

$$A_{2уд} = \frac{C}{l_0\rho_0}\left(\frac{x_к}{l_0 - x}\right)^m (l_0 - x_к) . \qquad (18)$$

Переходя к относительной деформации $\varepsilon_к = x_{к/} / l_0$, последнее выражение можно записать и в таком виде

$$A_{2уд} = \frac{C}{\rho_0}\frac{\varepsilon_к^m}{(1-\varepsilon)^{m-1}} . \qquad (19)$$

Таблица

Значения интеграла I (m, $\varepsilon_к$)

$\varepsilon_к$ \ m	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,022	0,005	0,001	0,0004	0,0001	$3 \cdot 10^{-5}$	$9{,}4 \cdot 10^{-6}$	$2{,}8 \cdot 10^{-6}$
0,2	0,064	0,023	0,009	0,004	0,0016	$68 \cdot 10^{-5}$	$30 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$
0,3	0,121	0,057	0,029	0,015	0,008	0,005	0,003	0,002
0,4	0,195	0,111	0,069	0,045	0,031	0,021	0,015	0,011
0,5	0,285	0,193	0,144	0,11	0,094	0,079	0,069	0,061
0,6	0,396	0,316	0,281	0,267	0,266	0,274	0,289	0,310
0,7	0,533	0,504	0,540	0,625	0,764	0,967	1,260	1,674
0,8	0,707	0,809	1,079	1,581	2,469	4,028	6,783	11,696
0,9	0,946	1,403	2,553	5,295	11,945	28,508	70,757	180,690
0,95	1,127	2,046	4,900	13,959	44,286	150,537	535,954	1571,300
1,0	$\pi/2 \approx 1{,}571$	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞

Таким образом, общие удельные затраты энергии для осуществления процесса прессования в открытой прессовальной камере составят

$$A_{уд} = A_{1уд} + A_{2уд}\,;$$

$$A_{уд} = \frac{C}{\rho_0}\left[I(m,\varepsilon_к) + \frac{\varepsilon_к^m}{(1-\varepsilon)^{m-1}} \right]. \qquad (20)$$

Формула (20) не учитывает затраты на рекуперацию энергии при отходе поршня назад в связи с их малостью.

Интересно сопоставить затраты A_2 и A_1. Сделаем это для модельного материала, у которого $m = 1$ для реальной деформации $\varepsilon_к = 0{,}90$:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\varepsilon_к^m}{(1-\varepsilon)^{m-1}} : I(\varepsilon.m) =$$

$$= \frac{0.9^1}{(1-0.9)^0} : 1.403 \approx 0{,}64 \; .$$

При m = 2 это соотношение составит 1,53.

Это говорит о том, что затраты энергии на сжатие слоя и выталкивание спрессованного образца вполне сопоставимы между собой, т.е. одного порядка.

Для практических расчетов по предложенной теории необходимо знание коэффициентов *C* и *m* для конкретных материалов, подлежащих прессованию. Нами совместно с И.А. Наумовым предложена методика экспериментального определения коэффициентов уравнения прессования без построения самой кривой прессования [3]. Суть этой методики заключается в том, что проводятся два опыта по ударному уплотнению образцов материала при разных массах падающего груза. Замеряя начальную и конечную высоту засыпки материала и зная высоту и массу падения груза со штемпелем, можно подсчитать работу прессования, которая равна запасу потенциальной энергии груза со штемпелем. Составляются два уравнения баланса энергии, и из этой системы находятся искомые коэффициенты *C* и *m* уравнения прессования. Это своего рода экспресс-метод экспериментального получения этих коэффициентов.

Таким образом, имеются все данные для расчёта технологических, силовых, энергетических и других показателей процесса прессования кормов, а также соответствующего оборудования, что представляет собой дальнейшее развитие и уточнение теории, предложенной первоначально в книге [4].

Выводы

1. Предложен основной закон прессования, выраженный в степенной форме. Он имеет простой вид, физически и математически непротиворечив, соответствует эксперименту.

2. Для практического применения предложенной зависимости в расчетах различных процессов прессования даны формулы для удельных затрат энергии и предложена экспресс-методика определения эмпирических коэффициентов, характеризующих технологические свойства уплотняемых материалов.

Библиографический список

1. Особов В.И., Васильев Г.К., Голяновский А.В. Машины и оборудование для уплотнения сено-соломистых материалов. — М.: Машиностроение, 1974. — 230 с.

2. Особов В.И. Механическая технология кормов. — М.: Колос, 2009. — 304 с.

3. Федоренко И.Я., Наумов И.А. Метод определения коэффициентов основного уравнения прессования // Вестник Алтайского государственного аграрного университета. — 2007. — № 8. — С. 48-52.

4. Федоренко И.Я. Технологические процессы и оборудование для приготовления кормов: учебное пособие. — М.: ФОРУМ, 2007. — 176 с.