

но резкое снижение ее наблюдается при увеличении коэффициента сцепления до 1,2;

- расчет усилия прижима вальцов к поверхности лесоматериала следует выполнять с учетом силы самоприжима. Для исключения самоотжима во время обработки бревен максимальной толщины необходимо расстояние между центрами поворота рычагов назначать с учетом формулы (2);

- предложенные расчетные параметры могут использоваться при проектировании новой гаммы станков с гидроприводом.

#### Библиографический список

1. Побединский В.В., Берстнев А.В. Пневмо- и гидропривод в роторных окорочных станках // Вестник КрасГАУ. – 2012. – № 6(69). – С. 138-143.

2. Симонов М.Н. Теоретические основы механической окорки лесоматериалов и оптимизация параметров гаммы роторных окорочных станков: дис. ... д-ра техн. наук: 05.21.01. – М.: МЛТИ, 1980. – 389 с.

3. Симонов М.Н., Торговников Г.И. Окорочные станки. Устройство и эксплуатация. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 182 с.



УДК 621.928

А.А. Евдокимов,  
В.И. Чарыков

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ КРИТЕРИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИЗВЛЕЧЕНИЯ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ ИЗ ПОТОКА ЖИДКОСТИ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ СЕПАРАТОРЕ УМС-4М

**Ключевые слова:** критерий эффективности, дифференциальное уравнение, сила, ферромагнитная частица, жидкость, сетчатый фильтр, сепаратор.

### Введение

Спрос на энергосберегающие технологии по утилизации и переработке отработанных жидкостей растет из года в год. В настоящее время на ремонтно-технических предприятиях (РТП) и станциях технического обслуживания сельскохозяйственной техники ежегодно вырабатывается большое количество смазочно-охлаждающей жидкости (СОЖ). В процессе функционирования СОЖ загрязняется механическими примесями (ферромагнитными частицами), соответственно, ухудшается стойкость инструмента и качество обрабатываемых деталей [1].

В Курганской ГСХА разработан комплекс машин на основе электромагнитной сепарации для очистки пластичных, отработанных жидких материалов [2]. Отличительной осо-

бенностью этих установок является то, что зоны сепарации в них располагаются в замкнутых магнитных системах, работающих на постоянном токе. Для извлечения механических примесей (ферромагнитных частиц) используются концентраторы магнитного поля, имеющие различные конфигурации.

Последним изобретением является малогабаритная установка под условным названием УМС-4М, предназначенная для очистки отработанных СОЖ. В данной установке концентраторы магнитного поля выполнены в виде плотно спрессованных сетчатых фильтров.

**Цель исследования** – разработать теоретические положения по определению конструктивных параметров концентраторов магнитного поля (фильтров) в электромагнитном сепараторе УМС-4М.

### Методика исследования

Для определения оптимальных параметров концентраторов магнитного поля

(фильтра) необходимо знать, какие силы действуют на ферромагнитную частицу в электромагнитном сепараторе. Под действием этих сил частица должна перемещаться к полюсным наконечникам и тот концентратор (фильтр), в котором это время перемещения к полюсным наконечникам наименьшее и будет оптимальным. Для определения этого времени необходимо составить дифференциальные уравнения движения частицы к полюсным наконечникам, на основе которых можно определить путь перемещения, а затем и время перемещения частицы под действием сил (рис.).

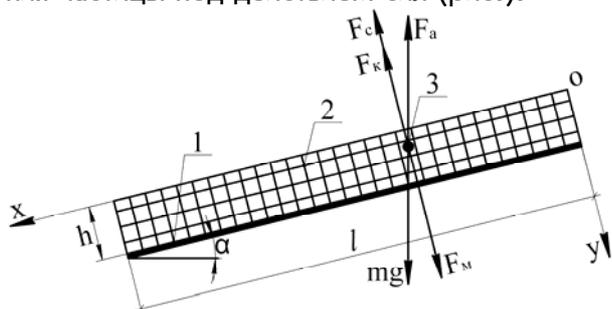


Рис. Принципиальная схема установки для очистки СОЖ и сил, действующих на ферромагнитную частицу:  
 1 – желоб (лоток); 2 – концентратор;  
 3 – ферромагнитная частица;  
 $F_c$  – сила сопротивления среды;  
 $F_k$  – сила сопротивления концентратора;  
 $F_a$  – архимедова сила;  $F_m$  – магнитная сила;  
 $mg$  – сила тяжести

Жидкость течет тонким слоем  $h$  вдоль наклонного желоба 1 длиной  $l$  и шириной  $a$ . В желобе на концентраторе 2, выполненном в виде набора плоских ферромагнитных сеток, создается магнитное поле. Эффективность сепарации зависит от скорости течения жидкости и величины магнитного поля желоба.

Критерии эффективности выражаются в следующем виде:

$$t_1 > t_2, \quad (1)$$

где  $t_1$  – время нахождения частицы в желобе, с;

$t_2$  – время притяжения частиц, с.

Для использования критерия (1) необходимо знать закон движения частиц вдоль осей  $OX$  и  $OY$ .

**Движения ферромагнитных частиц в магнитном поле вдоль оси  $OX$ .** Известно, что существуют два различных вида движения жидкости: ламинарное и турбулентное.

Для определения режима течения жидкости в желобе используем критерий Рейнольдса [3]:

$$R_e = \frac{\rho_{ж} \cdot V \cdot a_{хар}}{\eta}, \quad (2)$$

где  $\rho_{ж}$  – плотность жидкости,  $кг/м^3$ ;

$V$  – скорость течения жидкости,  $м/с$ ;

$a_{хар}$  – характерный для поперечного сечения линейный размер,  $м$ ;

$\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $Н \cdot с/м^2$ .

Будем считать, что в желобе имеется установившийся режим течения жидкости, т.е. ламинарный. При установившемся режиме через любое поперечное сечение желоба с поперечным сечением  $S = h \cdot a$  за 1 с будет протекать одно и то же количество жидкости:

$$Q = \rho_{ж} \cdot S \cdot V = \rho_{ж} \cdot h \cdot a \cdot V. \quad (3)$$

Определяем скорость течения жидкости « $V$ » из формулы (3):

$$V = \frac{Q}{\rho_{ж} \cdot h \cdot a}. \quad (4)$$

Так как длина желоба равна  $l$ , то время притяжения ферромагнитной частицы в желобе при движении ее вдоль оси  $OX$  будет:

$$t_1 = \frac{l}{V} = \frac{\rho_{ж} \cdot h \cdot a \cdot l}{Q}. \quad (5)$$

Это значение времени пребывания частицы при ее движении вдоль оси  $OX$  мы и будем использовать.

**Дифференциальное уравнение движения частиц в магнитном поле вдоль оси  $OY$ .**

При движении частиц вдоль оси  $OY$  на ферромагнитную частицу действуют: магнитная сила  $F_m$ , создаваемая магнитным полем в желобе и на концентраторе; сила сопротивления движению частиц  $F_c$ , создаваемая жидкостью, или, другими словами, внутреннее трение; сила сопротивления концентратора  $F_k$ , создаваемая ферромагнитными плотноспрессованными сетками концентратора; сила тяжести  $mg$  и архимедова сила  $F_a$ .

Магнитная сила  $F_m$  является основной силой, за счет которой происходит удаление ферромагнитных частиц из жидкости, определяется исходя из знания потенциальной энергии [4]:

$$F_m = -gradW, \quad (6)$$

где  $W$  – потенциальная энергия, Дж.

Потенциальная энергия магнитного поля, действующая на частицу объемом  $V$ , определяется по следующей формуле:

$$W = \frac{V_r \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu}, \quad (7)$$

где  $V_r$  – объем частицы, находящейся в магнитном поле,  $м^3$ ;

$B$  – магнитная индукция, Тл;

$\mu_0$  – магнитная постоянная вакуума,  $Гн/м$ ;

$\mu$  – относительная магнитная проницаемость жидкости, Гн/м.

С учетом формулы (7) магнитная сила, действующая на частицу в магнитном поле, определяется следующим выражением:

$$F_m = -grad \cdot W = -grad \frac{V_r \cdot B^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu} = -\frac{V_r}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu} grad \cdot B^2. \quad (8)$$

Поскольку нас интересует значение магнитной силы, действующей в направлении оси  $OY$ , то имеем следующее выражение:

$$F_m = -\frac{V_r}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu} \cdot \frac{dB^2}{dy} = -\frac{V_r \cdot B}{\mu_0 \cdot \mu} \frac{dB}{dy}. \quad (9)$$

Известно, что магнитная индукция в рабочей зоне электромагнитного сепаратора изменяется по экспоненциальному закону [5]:

$$B = B_{max} \cdot e^{-\frac{d_i}{d_n}}, \quad (10)$$

где  $B_{max}$  – максимальное значение магнитной индукции, Тл;

$d_i$  – расстояние от точки измерения магнитной индукции до активного полюса, м;

$d_n$  – эмпирический коэффициент, м.

Поскольку нас интересует значение магнитной силы ( $F_m$ ), действующей в направлении оси  $OY$ , подставив выражение магнитной индукции (10) в формулу (9), получим:

$$F_m = -\frac{V_r}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu} \frac{d}{dy} \left( B_{max} \cdot e^{-\frac{y}{d_n}} \right)^2 = \frac{V_r}{d_n \cdot \mu_0 \cdot \mu} \cdot B_{max}^2 \cdot e^{-\frac{2y}{d_n}}. \quad (11)$$

Определим остальные силы, действующие на ферромагнитную частицу.

Сила сопротивления среды ( $F_c$ ) проявляется как сила жидкого трения.

Опытами установлено, что при малых числах Рейнольдса  $Re$ , т.е. при небольших скоростях движения, сопротивление среды, движущейся стационарно со скоростью, можно определить с помощью формулы Стокса [6]:

$$F_c = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r \cdot v, \quad (12)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкой жидкости;

$r_r$  – характерный для поперечного сечения тела размер. Для тела круглой формы, т.е. для шара  $r_r$  – радиус шара, м;

$v$  – скорость движения тела в жидкости, м/с.

Помимо силы сопротивления среды действует еще одна сила сопротивления  $F_k$  – сила сопротивления движению частиц от концентратора магнитного поля. Эту силу разумно описывать формулой, аналогичной формуле Стокса:

$$F_k = k \cdot \eta \cdot l \cdot v, \quad (13)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности;

$l$  – длина ячейки концентратора, м;

$v$  – скорость движения частицы, м/с;

При движении частицы вдоль оси  $OY$  на нее кроме силы сопротивления среды и силы сопротивления концентратора действуют еще сила тяжести частицы  $mg$  и архимедова сила  $F_a$ . Результирующая сила от силы тяжести и архимедовой силы равна:

$$mg - F_a = V_r \cdot (\rho_r - \rho_{жк}) \cdot g, \quad (14)$$

где  $V_r$  – объем частицы, м<sup>3</sup>;

$\rho_r$  – плотность частицы, кг/м<sup>3</sup>;

$\rho_{жк}$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;

$g$  – ускорение свободного падения тела,  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

Проекция результирующей силы тяжести и архимедовой силы на ось  $OY$  будет:

$$(mg - F_a) \cdot \cos \alpha = V_r \cdot (\rho_r - \rho_{жк}) \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (15)$$

На основании второго закона Ньютона составим дифференциальное уравнение всех сил, действующих вдоль оси  $OY$ :

$$mW_y = F_m - F_c - F_k + V_r(\rho_r - \rho_{жк})g \cos \alpha. \quad (16)$$

Подставив все силы, действующие вдоль оси  $OY$ , в уравнение (16) и учитывая, что  $W_y = \dot{y}$ , а  $V = \dot{y}$ , получим следующее дифференциальное уравнение:

$$m\ddot{y} = \frac{V_r}{\mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} \cdot B_{max}^2 \cdot e^{-\frac{2y}{d_n}} - 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r \cdot \dot{y} - k \cdot \eta \cdot l \cdot \dot{y} + V_r \cdot (\rho_r - \rho_{жк}) \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (17)$$

После несложных преобразований уравнение (17) приводится к следующему виду:

$$m\ddot{y} + 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r \cdot \dot{y} + k \cdot \eta \cdot l \cdot \dot{y} = \frac{V_r}{\mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} \cdot B_{max}^2 \cdot e^{-\frac{2y}{d_n}} + V_r \cdot (\rho_r - \rho_{жк}) \cdot g \cdot \cos \alpha. \quad (18)$$

Разделив правую и левую части уравнения (18) на массу частицы  $m$  и учитывая, что  $V_r g = m$ , получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\ddot{y} + \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r}{m} \cdot \dot{y} + \frac{k \cdot \eta \cdot l}{m} \cdot \dot{y} = \frac{B_{max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} \cdot e^{-\frac{2y}{d_n}} + (\rho_r - \rho_{жк}) \cdot \cos \alpha. \quad (19)$$

Дифференциальное уравнение (19) не имеет точного решения. Поэтому, чтобы можно было в дальнейшем анализировать

полученные результаты, разложим  $e^{-\frac{2y}{d_n}}$  в ряд и возьмем первые два члена ряда.

Получим следующее выражение:

$$e^{-\frac{2y}{d_n}} = \left( e^{-\frac{2y}{d_n}} \right)_{y=0} + \left( e^{-\frac{2y}{d_n}} \right)'_{y=0} y_0 + \dots = 1 - \frac{2}{d_n} y \quad (20)$$

Подставляя значения  $e^{-\frac{2y}{d_n}}$  из формулы (20) в уравнение (19), получим:

$$\ddot{y} + \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r}{m} \cdot \dot{y} + \frac{k \cdot \eta \cdot l}{m} \cdot y = \frac{B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} \cdot e^{-\frac{2y}{d_n}} \times \left( 1 - \frac{2}{d_n} y \right) + (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \cos \alpha \quad (21)$$

После несложных преобразований получим:

$$\ddot{y} + \frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r + k \cdot \eta \cdot l}{m} \cdot \dot{y} + \frac{2B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n^2} \cdot y = \frac{B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} + (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \cos \alpha \quad (22)$$

Введем обозначения:

$$\frac{6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r_r + k \cdot \eta \cdot l}{m} = 2b, \quad \frac{2B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n^2} = c^2, \quad \frac{B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} + (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \cos \alpha = p.$$

Мы получим линейное неоднородное дифференциальное уравнение:

$$\ddot{y} + 2 \cdot b \cdot \dot{y} + c^2 \cdot y = p \quad (23)$$

Как известно, общее решение неоднородного дифференциального уравнения представляется как сумма общего решения  $\bar{y}$  соответствующего однородного уравнения:

$$\ddot{y} + 2 \cdot b \cdot \dot{y} + c^2 \cdot y = 0, \quad (24)$$

и какого-нибудь частного решения уравнения (23)  $y'$ :

$$y = \bar{y} + y' \quad (25)$$

Найдем общее решение  $\bar{y}$  однородного уравнения:

$$\ddot{y} + 2 \cdot b \cdot \dot{y} + c^2 \cdot y = 0.$$

Для этого составим характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + 2 \cdot b \cdot \lambda + c^2 = 0. \quad (26)$$

Найдем корни этого уравнения:

$$\lambda_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - c^2}. \quad (27)$$

Здесь возможны 3 случая:

1. Возможен случай, когда  $c > b$ , т.е. корни характеристического уравнения являются комплексными числами. В этом случае

$$\lambda_{1,2} = -b \pm \sqrt{c^2 - b^2} = -b \pm ir, \quad (28)$$

где  $r = \sqrt{c^2 - b^2}$ .

Тогда общее решение однородного дифференциального уравнения (24) будет иметь вид:

$$\bar{y} = e^{-bt} [c_1 \cdot \sin(r \cdot t) + c_2 \cdot \cos(r \cdot t)]. \quad (29)$$

Величины  $c_1$  и  $c_2$  являются постоянными интегрирования и определяются из начальных условий.

2. Возможен случай, когда  $b = c$ .

В этом случае корни характеристического уравнения будут действительными крат-

ными числами, т.е.  $\lambda_{1,2} = \pm b$ .

Общее решение однородного дифференциального уравнения (24) в этом случае будет иметь следующий вид:

$$\bar{y} = e^{-bt} \cdot (c_1 + c_2 \cdot t). \quad (30)$$

Как и в предыдущем случае постоянные интегрирования  $c_1$  и  $c_2$  находятся по начальным условиям.

3. Возможен случай, когда  $b > c$ .

Вводя обозначение  $b^2 - c^2 = r^2$ , найдем, что в этом случае корни характеристического

уравнения равны  $\lambda_{1,2} = -b \pm r$ , т.е. оба действительны и отрицательны, т.к.  $r < b$ . Следовательно, решение дифференциального уравнения (30) в этом случае будет иметь вид:

$$\bar{y} = c_1 \cdot e^{-(b+r)t} + c_2 \cdot e^{-(b-r)t} \quad (31)$$

Величины  $c_1$  и  $c_2$  являются постоянными интегрирования и определяются по известным начальным условиям.

Общее решение уравнения (24), после ряда математических выкладок будет иметь вид:

$$\bar{y} = c_1 \cdot e^{-(b+r)t} + c_2 \cdot e^{-(b-r)t} = \frac{(r-b) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b+r)t} + \frac{(b+r) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b-r)t} \quad (32)$$

Найдем частное решение дифференциального уравнения (24):

$$y' = \frac{p}{c^2} = \left[ \frac{B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n} + (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \cos \alpha \right] \div \frac{2B_{\max}^2}{m \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n^2} = \frac{1}{2} \cdot d_n + \frac{m(\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \cos \alpha \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n^2}{2B_{\max}^2} \quad (33)$$

Общее решение дифференциального уравнения (24) имеет вид:

$$y = \bar{y} + y' = \frac{(r-b) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b+r)t} + \frac{(b+r) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b-r)t} + \frac{1}{2} \cdot d_n + \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n^2 \cdot \cos \alpha}{2 \cdot B_{\max}^2} \quad (34)$$

Упростим дифференциальное уравнение (34). В нашем случае величина  $(b+r)$  очень велика. Поэтому  $e^{-(b+r)t} \rightarrow 0$ . Следовательно, решение дифференциального уравнения (34) примет вид:

$$y = \frac{(b+r) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b-r)t} + \frac{1}{2} \cdot d_n + \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot \cos \alpha}{2 \cdot B_{\max}^2} \quad (35)$$

Решая это уравнение, относительно времени « $t$ », получим:

$$\begin{aligned} \frac{(b+r) \cdot h}{2 \cdot r} \cdot e^{-(b+r)t} &= \\ &= -\frac{1}{2} \cdot d_n - \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot \cos \alpha}{2 \cdot B_{\max}^2} + y \Rightarrow \\ e^{-(b+r)t} &= -\frac{2 \cdot d_n \cdot r}{2 \cdot (b+r) \cdot h} - \\ &= -\frac{2 \cdot m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot 2 \cos \alpha}{2 \cdot B_{\max}^2 \cdot (b+r) \cdot h} + \frac{2 \cdot r \cdot y}{(b+r) \cdot h} \end{aligned}$$

или подставив вместо  $y = h$ , получим:

$$e^{-(b+r)t} = -\frac{d_n \cdot r}{(b+r) \cdot h} - \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot r \cdot \cos \alpha}{B_{\max}^2 \cdot (b+r) \cdot h} + \frac{2 \cdot r}{(b+r)} \quad (36)$$

Логарифмируя выражение (36), найдем:

$$-(b+r) \cdot t = \ln \left[ -\frac{d_n \cdot r}{(b+r) \cdot h} - \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot r \cdot \cos \alpha}{B_{\max}^2 \cdot (b+r) \cdot h} + \frac{2 \cdot r}{b+r} \right] \quad (37)$$

Искомая величина времени притяжения частиц  $t_2$  находится из этого выражения:

$$t_2 = -\frac{1}{b+r} \ln \left[ -\frac{d_n \cdot r}{(b+r) \cdot h} - \frac{m \cdot (\rho_r - \rho_{жс}) \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot d_n \cdot r \cdot \cos \alpha}{B_{\max}^2 \cdot (b+r) \cdot h} + \frac{2 \cdot r}{b+r} \right] \quad (38)$$

### Вывод

Разработанная методика расчета критерия эффективности процесса сепарации позволяет определить рациональные параметры концентратора магнитного поля (фильтра) для сепаратора УМС-4М.

При выполнении данного условия  $t_1 > t_2$  ферромагнитная частица будет притягиваться к полюсным наконечникам магнитной системы. При  $t_1 < t_2$  ферромагнитная частица будет вытекать вместе с жидкостью, не успев задержаться в желобе. Следовательно, величина магнитной силы, действующей на желоб и концентратор, а также скорость течения жидкости будут основными критериями эффективной очистки СОЖ от ферромагнитных частиц.

### Библиографический список

1. Евдокимов А.А., Чарыков В.И. Очистка смазочно-охлаждающих жидкостей на машинно-технологических станциях электромагнитным сепаратором // Достижение науки – агропромышленному производству: матер. III Междунар. науч.-техн. конф. – Челябинск: ЧГАА, 2013. – С. 253-256.
2. Чарыков В.И., Копытин И.И., Евдокимов А.А., Митюнин А.А. Электромагнитные железоотделители для агропромышленного комплекса // Вестник КрасГАУ. – 2012. – № 6. – С. 168-174.
3. Альтшуль А.Д., Кисилев П.Г. Гидравлика и аэродинамика (основы механики жидкости). – М.: Стройиздат, 1975. – С. 149-150.
4. Сумцов В.Ф. Электромагнитные железоотделители. – М.: Машиностроение, 1981. – 212 с.
5. Зуев В.С., Чарыков В.И. Электромагнитные сепараторы: теория, конструкция. – Курган: Зауралье, 2002. – 178 с.
6. Хаппель Дж., Бренер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. – М.: Мир, 1976. – 624 с.

