

# ПРОЦЕССЫ И МАШИНЫ АГРОИНЖЕНЕРНЫХ СИСТЕМ



УДК 534.111:63

Д.Н. Пирожков  
D.N. Pirozhkov

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВИБРООЖИЖЕННОГО СЛОЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА

### MATHEMATICAL MODEL OF VIBRO-LIQUEFIED LOOSE MATERIAL LAYER

**Ключевые слова:** вибрационная машина, математическая модель, сыпучий материал, виброожигенный слой, модель Лоренца, амплитуда и частота колебаний.

**Keywords:** vibration machine, mathematic model, loose material, vibro-liquefied layer, Lorentz model, amplitude and frequency of oscillation.

Анализируется экспериментально наблюдаемое поведение виброожигенного слоя сыпучего материала при различной интенсивности вибрационного воздействия. В зависимости от различной величины амплитуды и частоты колебаний наблюдаются 3 основных режима движения сыпучего материала: дрожание частиц с уплотнением, циркуляционные движения с образованием контуров циркуляции и хаотическое движение. Проведен анализ существующих математических моделей, описывающих поведение виброожигенного слоя сыпучего материала. Математические модели разделены на 3 группы: модели единичной частицы, специальные модели и модели сплошной среды. По мнению автора, наиболее адекватными являются модели сплошной среды. Среди моделей сплошной среды выделена математическая модель на основе уравнений Лоренца, которая родилась на основе исследований в термодинамике неравновесных процессов и описывала поведение вязкого подогреваемого снизу слоя жидкости. Модель Лоренца описывает появление в слое жидкости контуров циркуляции, которые в синергетике называются диссипативными структурами. Приведены условия образования диссипативных структур, аналогия между решениями, которые дает система уравнений Лоренца и математическим описанием диссипативных структур при помощи термодинамических подходов. Уравнения системы Лоренца имеют 3 типа графических решений, что соответствует трем типам поведения виброожигенного слоя сыпучего материала. На основе этого делаются выводы о том, что виброожигенный слой сыпучего материала можно считать синергетической системой, к которой применим математический аппарат термодинамики. Также для описания режимов движения виброожигенного слоя сыпучего материала можно использовать систему уравнений Лоренца.

The paper analyzes experimentally observed behavior of vibro-liquefied loose material layer at different intensity of vibration action. Three main motion modes of loose material depending on different amplitude and frequency of oscillations are observed: particle shaking with compaction, circulation motion with circular contour formation, and chaotic motion. The existing mathematical models which describe the behavior of vibro-liquefied loose material layer are also analyzed. The mathematical models are divided into 3 groups: models of individual particles, special models, and models of continuous medium. According to the author, the most appropriate are the models of continuous medium. Among the models of continuous medium, the mathematical model based on Lorentz equations was selected; this model was developed on the basis of thermodynamic research of non-equilibrium processes and described the behavior of a liquid viscous layer heated from below. The Lorentz model describes the emergence of circular contours in the liquid layer which are referred to as dissipative structures in terms of synergetics. The conditions of dissipative structure formation are discussed. The analogy between solutions provided by the system of Lorentz equations and mathematical description of dissipative structures using thermodynamic approaches is drawn. The Lorentz system equations provide 3 types of graphic solutions which correspond to 3 behavior types of vibro-liquefied loose material layer. Base on that, it is concluded that vibro-liquefied layer of loose material may be considered as a synergetic system to which the mathematical tools of thermodynamics may be applied. Lorentz equation system may be also used to describe the motion modes of vibro-liquefied loose material layer.

**Пирожков Дмитрий Николаевич**, д.т.н., доцент, декан инженерного фак-та, Алтайский государственный аграрный университет. Тел.: (3252) 62-80-83. E-mail: mms.asau@yandex.ru.

**Pirozhkov Dmitriy Nikolayevich**, Dr. Tech. Sci., Assoc. Prof., Dean, Engineering Dept., Altai State Agricultural University. Ph.: (3852) 62-80-83. E-mail: mms.asau@yandex.ru.

### Введение

В различных отраслях народного хозяйства нашли применение технологические процессы, связанные с объемной виброобработкой сыпучих сред. Сюда относятся процессы вибрационного смешивания, транспортирования, сепарации, уплотнения различных материалов, а также вибрационная интенсификация физических процессов и химических реакций, осуществляемых в аппаратах виброкипящего слоя.

**Цель** – описать режимы движения виброоживленного слоя сыпучего материала при помощи математического аппарата.

#### Задачи:

- 1) определить наиболее подходящую математическую модель для описания динамики виброоживленного слоя сыпучего материала;
- 2) установить соответствие между виброоживленным слоем сыпучего материала и неравновесными динамическими системами.

### Объекты и методы

Многими исследователями были отмечены изменения в поведении материала при изменении параметров вибрации. Характерной величиной, оценивающей интенсивность вибрации, является произведение амплитуды колебаний на квадрат частоты колебаний  $a\omega^2$ . При  $a\omega^2 < g$  после некоторого движения, связанного с уплотнением среды, наступает относительный покой, и материал движется вместе с сосудом (рис. 1а, начальный уровень материала показан пунктирной линией). При  $a\omega^2 > g$  начинается упорядоченное движение сыпучей среды в виде циркуляционных потоков (рис. 1б). В зависимости от высоты слоя может возникать одна или целый ан-

самбль ячеек циркуляции. Скорость циркуляции в этом режиме имеет постоянное по модулю значение, что можно трактовать как детерминированное (ламинарное) движение материала. При режимах, в которых  $a\omega^2 \gg g$ , характеризующихся интенсивным вибровоздействием, наступают стохастическое (турбулентное) движение зернистого материала и его интенсивное перемешивание по всему объему (рис. 1в).

Для объяснения наблюдаемых явлений и определения кинематических и динамических характеристик вибрируемого слоя различными авторами было разработано большое количество математических моделей, которые можно разделить на несколько основных групп.

1. Модели единичной частицы [1-4]. Рассматривают движение одной частицы сыпучего материала на шероховатой вибрируемой поверхности.

2. Специальные модели [5-7]. Предназначены для описания процессов, происходящих только в какой-то одной, узкоспециализированной группе вибрационных машин. К таким моделям можно отнести рассмотрение сыпучего материала как двухмассовой системы, снабженной системой вязких демпферов и упругих элементов; как систему тонких горизонтальных слоев, проскальзывающих друг относительно друга; модель, в которой слой материала рассматривается как поршень с отверстием в центре, взаимодействующий при своем движении с прослойкой воздуха.

3. Модели сплошной среды. Рассматривают вибрируемый зернистый слой как сплошное тело, вязкую жидкость или идеальный газ [8-12].

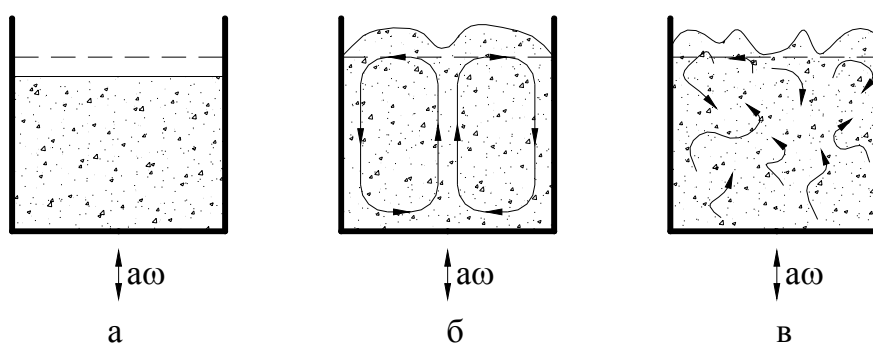


Рис. 1. Виды движения зернистого материала под действием вибрации

К недостаткам первой группы моделей можно отнести то, что в них не учитываются силы взаимодействия частицы с другими окружающими ее частицами, силы сопротивления воздушной среды и объемные силы, возникающие в сплошной среде (силы типа архимедовой). Подобные модели пригодны лишь для описания движения отдельных достаточно крупных тел, а также слоя, состоящего из крупных частиц, толщина которого не превышает 20-30-кратного среднего размера частиц. При рассмотрении слоя материала большей толщины модели единичной частицы являются непригодными.

Недостатками моделей второй группы являются их сложность и узкоспециализированная направленность, объясняющая процессы, протекающие в материале, обрабатываемом только в отдельно взятых вибрационных машинах.

Наиболее правильным, на наш взгляд, подходом к описанию поведения вибрируемого зернистого слоя является его описание на основе моделей сплошной среды. В этих моделях учитывается взаимодействие частиц или элементарных объемов материала друг с другом и с воздушным потоком, присутствуют объемные силы, возникающие в сплошных средах. Но из всех существующих моделей подобного типа можно выделить лишь одну – модель на основе уравнений Лоренца [9], объясняющую все три экспериментально наблюдаемые типа поведения вибрируемого зернистого слоя, а именно: дрожание частиц с последующим уплотнением материала; циркуляционные движения; стохастическое поведение.

Модель Лоренца появилась на свет благодаря развитию нового направления в физике, изучающего термодинамические явления и оформившегося впоследствии в новую науку, называемую синергетикой.

Краеугольным камнем синергетики является понятие о диссипативных структурах как пространственно-временных упорядоченных организациях в физических, механических, химических и биологических системах. Диссипативные структуры включают в себя все типы процессов самоорганизации: колебательные процессы, пространственную упорядоченность, пространственно-временное структурирование, хаотические состояния, что и наблюдается в процессах и аппаратах вибрационного типа.

Для возникновения диссипативных структур необходимы следующие условия, которые выполняются во многих технологических машинах и аппаратах:

1. Система должна быть открытой и постоянно обмениваться веществом и энергией с окружающей средой, т.е. система должна находиться в неравновесном состоянии.

2. В системе должно быть регулирование по типу обратной связи, что отображается нелинейными дифференциальными уравнениями.

3. Отклонения от равновесия превышают критические значения, то есть рассматриваются состояния, лежащие вне термодинамической (равновесной) ветви.

4. Процессы рассматриваются в таком диапазоне параметров, когда для их описания необходимы нелинейные математические модели.

Диссипативные структуры характеризуют поведение системы в целом, которое никак нельзя было предвидеть или понять на основе свойств отдельных ее элементов.

Условия возникновения, устойчивости, перехода из одного неравновесного стационарного состояния в другое были достаточно хорошо изложены Пригожиным И. [13], который разработал свою теорию на основе термодинамики неравновесных процессов.

За функцию состояния термодинамической системы принимается изменение энтропии:

$$dS = d_i S + d_e S, \quad (1)$$

где  $d_i S$  – производство энтропии;

$d_e S$  – поток энтропии.

Энтропия обладает следующими свойствами.

1. Энтропия является экстенсивной величиной. Если система состоит из нескольких частей, полная энтропия равна сумме энтропий этих частей. Производство энтропии  $d_i S$  вызвано изменениями внутри системы, а поток энтропии  $d_e S$  возникает за счет взаимодействия системы с внешней средой.

2. Производство энтропии в реальных необратимых процессах всегда положительно:

$$d_i S > 0. \quad (2)$$

В термодинамике неравновесных процессов на основе уравнения (2) записывается полное условие термогидродинамической устойчивости:

$$P[\delta Z'] = \int \rho \left[ R^{-1} \frac{(g\alpha)^2 h^4}{\nu} (\theta_j)^2 + \nu (u_{i,j})^2 - 2g\alpha\theta\omega \right] dV > 0, \quad (3)$$

где  $P[\delta Z']$  – производство избыточной энтропии в любой произвольной части объема термодинамической системы, равновесие которой рассматривается;

$\rho$  – плотность;

$$R = \frac{g\alpha h^4}{\nu\lambda} \beta - \text{число Релея};$$

$$\beta = -\frac{\partial T}{\partial z} > 0 - \text{коэффициент, характеризующий изменение температуры } T \text{ в направлении вертикальной оси } z;$$

$g$  – ускорение свободного падения;

$\alpha$  – коэффициент теплового расширения;

ния;

$h$  – высота слоя вязкой жидкости;

$\nu$  – кинематическая вязкость;

$\lambda$  – теплопроводность;

$\theta_{,j}$  – частная производная от перепада температуры по соответствующей пространственной координате;

$u_{i,j}$  –  $i$ -тая компонента перепада скорости центра масс системы;

$\omega$  – перепад скорости потока по высоте слоя.

Применяя условие (3) для исследования конвективной неустойчивости Бенара, можно использовать наименьшее из возможных значений числа Релея, при котором возникает неустойчивость. Такое значение числа Релея называется критическим и обозначается  $R_c$ . То есть среда переходит в неустойчивое состояние при условии:

$$R > R_c. \quad (4)$$

### Экспериментальная часть

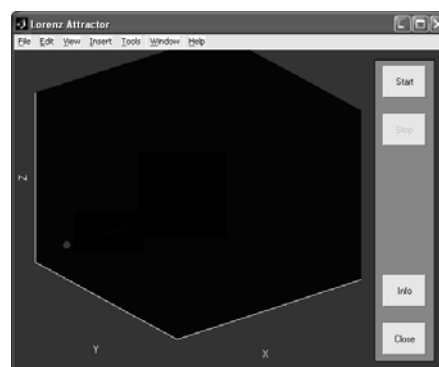
Представление о режиме движения виброожигенного материала и о переходе из одного динамического режима в другой может дать модель Лоренца, представляющая собой динамическую систему с трехмерным фазовым пространством  $(x, y, z)$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = rx - y + xz, \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (5)$$

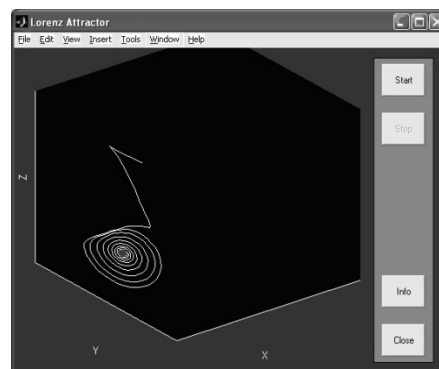
где  $\sigma$ ,  $r$  и  $b$  – параметры модели Лоренца.

Современное математическое программное обеспечение позволяет без труда провести вычислительный эксперимент, в котором, варьируя параметрами  $\sigma$ ,  $r$  и  $b$ , можно получить три характерных для модели графических решения, представленных на рисунке 2.

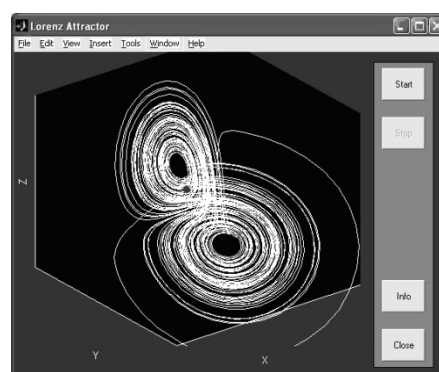
При значениях параметра  $r < 1$  решение модели Лоренца представлено на рисунке 2а, что соответствует режиму движения виброожигенного сыпучего материала с уплотнением (рис. 1а). При значениях  $1 < r < 13,927$  решение соответствует рисунку 2б, с которым можно установить соответствие упорядоченных циркуляций в виброожигенном материале (рис. 1б). При  $r > 13,927$  решение системы Лоренца представлено на рисунке 2в, что соответствует хаотическому поведению материала (рис. 1в).



а



б



в

Рис. 2. Графическое решение системы Лоренца

### Результаты и их обсуждение

Если провести аналогии между условием (4) и условием  $r < 1$ , то напрашивается соответствие между критическим значением числа Рейля в выражении (4) и единицей в случае с величиной параметра  $r$ . Данная аналогия говорит о том, что виброожиженный сыпучий материал можно отнести к динамическим неравновесным системам, которые можно описать, используя законы термодинамики и синергетики.

### Выводы

1. Экспериментально обнаруженное сходство в поведении подогреваемого снизу слоя вязкой жидкости и вибрируемого слоя зернистого материала указывает на то, что математический аппарат гидродинамики можно использовать для моделирования поведения виброожиженного сыпучего материала.

2. Полученные при компьютерном моделировании графические решения системы Лоренца соответствуют наблюдаемым экспериментально режимам движения виброожиженного сыпучего материала.

3. Установлено, что вибрируемый зернистый слой является синергетической системой, так как отвечает всем требованиям, предъявляемым к таким системам, что позволяет использовать методы синергетики для анализа динамического состояния вибрируемого зернистого слоя.

### Библиографический список

1. Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю. Вибрационное перемещение. – М.: Наука, 1964. – 410 с.
2. Нагаев Р.Ф. Периодические режимы вибрационного перемещения. – М.: Наука, 1978. – 160 с.
3. Заика П.М. Динамика вибрационных зерноочистительных машин. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
4. Членов В.А., Михайлов Н.В. Сушка сыпучих материалов в виброкипящем слое. – М.: Стройиздат, 1967.
5. Лапшин И.П., Косилов Н.И. Расчет и конструирование зерноочистительных машин. – Курган: ГИПП «Зауралье», 2002. – 168 с.
6. Спиваковский А.О., Гончаревич И.Ф. Вибрационные конвейеры, питатели и вспомогательные устройства. – М.: Машиностроение, 1972. – 328 с.
7. Гортинский В.В., Демский А.Б., Борискин М.А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. – М.: Колос, 1980. – 304 с.
8. Листопад Г.Е. Вибросепарация зерновых смесей. – Волгоград: Волгогр. кн. изд-во, 1963. – 118 с.

9. Федоренко И.Я. Механико-технологическое обоснование и разработка вибрационных кормоприготовительных машин: дис. ... докт. техн. наук. – Челябинск, 1992. – 392 с.

10. Слиде П.Б. Исследование движения сыпучего материала при продольном вибро-транспортировании // Вопросы динамики и прочности. – Рига: Зинатне, 1972. – Вып. 22.

11. Непомнящий Е.А. Стохастическая теория вибросмешивания сыпучих материалов с учетом гравитационного течения частиц // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1965. – № 7. – С. 84-90.

12. Раскин Х.И. Применение методов физической кинетики к задачам вибрационного воздействия на сыпучие среды // Доклады Академии наук СССР. – 1975. – Т. 220. – № 1. – С. 54-57.

13. Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. От тепловых двигателей до диссипативных структур: пер. с англ. – М.: Мир, 2002. – 461 с.

### References

1. Blekhman I.I., Dzhanelidze G.Yu. Vibratsionnoe peremeshchenie. – M.: Nauka, 1964. – 410 s.
2. Nagaev R.F. Periodicheskie rezhimy vibratsionnogo peremeshcheniya. – M.: Nauka, 1978. – 160 s.
3. Zaika P.M. Dinamika vibratsionnykh zernoochistitel'nykh mashin. – M.: Mashinostroenie, 1977. – 278 s.
4. Chlenov V.A., Mikhaylov N.V. Sushka sypuchikh materialov v vibrokipyashchem sloe. – M.: Stroyizdat, 1967.
5. Lapshin I.P., Kosilov N.I. Raschet i konstruirovaniye zernoochistitel'nykh mashin. – Kurgan: GIPP «Zaural'e», 2002. – 168 s.
6. Spivakovskiy A.O., Goncharevich I.F. Vibratsionnye konveyery, pitateli i vspomogatel'nye ustroystva. – M.: Mashinostroenie, 1972. – 328 s.
7. Gortinskiy V.V., Demskiy A.B., Boriskin M.A. Protsessy separirovaniya na zernoprerabatyvayushchikh predpriyatiyakh. – M.: Kolos, 1980. – 304 s.
8. Listopad G.E. Vibroseparatsiya zernovykh smesey. – Volgograd: Volgogr. kn. izd-vo, 1963. – 118 s.
9. Fedorenko I.Ya. Mekhaniko-tekhnologicheskoe obosnovanie i razrabotka vibratsionnykh kormoprigotovitel'nykh mashin: dis. ... dokt. tekhn. nauk. – Chelyabinsk, 1992. – 392 s.
10. Sliede P.B. Issledovanie dvizheniya sypuchego materiala pri prodol'nom vibrotransportirovaniy // Voprosy dinamiki i prochnosti. Vyp. 22. – Riga: Zinatne, 1972.
11. Nepomnyashchiy E.A. Stokhasticheskaya teoriya vibrosmeshivaniya sypuchikh materialov

s uchetom gravitatsionnogo techeniya chastits // Izvestiya VUZov. Stroitel'stvo i arkhitektura. – 1965. – № 7. – S. 84-90.

12. Raskin Kh.I. Primenenie metodov fizicheskoy kinetiki k zadacham vibratsionnogo vozdeystviya na sypuchie sredy // Doklady

Akademii nauk SSSR. – 1975. – T. 220. – № 1. – S. 54-57.

13. Prigozhin I., Kondepudi D. Sovremennaya termodinamika. Ot teplovykh dvigateley do dissipativnykh struktur: per. s angl. – M.: Mir, 2002. – 461 s.



УДК 631.354.2.027

С.Ф. Сороченко  
S.F. Sorochenko



## КОНКУРЕНТОСПОСОБНОСТЬ ЗЕРНОУБОРОЧНЫХ КОМБАЙНОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ РАБОТЫ НА СКЛОНАХ

### COMPETITIVENESS OF HILLSIDE COMBINE HARVESTERS

**Ключевые слова:** зерноуборочный комбайн для склонов, система очистки, уборка зерновых, адаптер, потери зерна, интегральный показатель конкурентоспособности машины.

При уборке зерновых культур на полях с уклоном более  $5^{\circ}$  производительность зерноуборочного комбайна снижается, возрастают потери зерна, причём на систему очистки приходится около 60% потерь. По области применения зерноуборочные комбайны бывают равнинные, косогорные и крутосклонные. Целью работы является определение конкурентоспособности косогорных и крутосклонных модификаций зерноуборочных комбайнов в зависимости от уклонов поля. Рассмотрены причины роста потерь зерна на склонах за системой очистки равнинной (базовой) конструкции зерноуборочного комбайна. Для оценки конкурентоспособности модификаций комбайна для склонов применён интегральный показатель конкурентоспособности машины по ГОСТ Р 53057-2008. Конкурентоспособность зерноуборочных комбайнов для склонов определили по зерноуборочному комбайну 3-го класса. Представлены результаты лабораторных испытаний системы очистки с адаптером для склонов: при потерях зерна 0,5% и наклоне комбайна на угол  $4^{\circ}$  подача зернового вороха на очистку увеличилась в 1,08 раза, при потерях зерна 0,7% и наклоне на  $8^{\circ}$  – в 2,1 раза, при наклоне на  $12^{\circ}$  – в 3,9 раза. На основании расчёта интегрального показателя конкурентоспособности машины при среднем и высоком уровнях конкурентоспособности косогорную модификацию зерноуборочного комбайна с адаптером для склонов целесообразно

использовать на полях с уклоном от  $6^{\circ}$ , а крутосклонную – от  $10^{\circ}$ .

**Keywords:** hillside combine harvester, cleaning system, harvesting grain crops, adapter, grain loss, integrated index of combine competitiveness.

When harvesting grain crops on fields with a slope of more than  $5^{\circ}$ , the efficiency of a combine harvester decreases, grain losses increase, and about 60% of losses account for the cleaning system. In terms of application range, combine harvesters are classed as level-land, hillside combines, and combines for steep slopes. The research goal is to determine competitiveness of hillside combines and combines for steep slopes depending on the inclination angle of a field. The reasons of grain loss increase on slopes after the cleaning system of a level-land combine harvester were considered. The integrated index of competitiveness was applied to evaluate hillside combines competitiveness in accordance with the GOST (Natl. Standard) R 53057-2008. The competitiveness of hillside combine harvesters was determined for a grain combine harvester of Class 3. The results of laboratory tests of cleaning system with the slope adapter are presented: at grain loss of 0.5% and combine harvester inclination of 4 degrees, the feed of thrashed heap to cleaning system increased 1.08 times; at grain loss of 0.7% and inclination of 8 degrees – 2.1 times, and with inclination of 12 degrees – 3.9 times. Based on the calculation of the integrated index of competitiveness at average to high levels of competitiveness, it is reasonable to use hillside combine harvester with the adapter for slopes on fields with the inclination angle from  $6^{\circ}$ , and combines for steep slopes – from  $10^{\circ}$ .

**Сороченко Сергей Фёдорович**, к.т.н., доцент, проф. каф. «Наземные транспортно-технологические системы», Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова. Тел.: (3852) 29-09-42. E-mail: sorochenkosf@list.ru.

**Sorochenko Sergey Fedorovich**, Cand. Tech. Sci., Assoc. Prof., Prof., Chair of Surface Transportation Technological Systems, Altai State Technical University named after I.I. Polzunov. Ph.: (3852) 29-09-42. E-mail: sorochenkosf@list.ru.